Ehret eure großen Meister,
dann bannt ihr gute Geister.

Kapitel 1

Zur Geschichte der Elektrodynamik

1.1 Der Werdegang der Elektrodynamik bis Faraday

Elektrische Erscheinungen (Bernstein) und magnetische Wirkungen (Kompass) sind seit dem Altertum bekannt, doch bis zur 2. Hälfte des 18. Jahrhunderts waren sie Kuriosa geblieben, die für die Entwicklung der Physik keine Rolle spielten. Die großartigen Erfolge der newtonischen Mechanik in der Naturerklärung brachten einen großen Aufschwung der Physik mit sich und inspirierten nun die Physiker dazu, die Elektrizität und den Magnetismus empirisch zu erforschen, und die im Rahmen der Mechanik geforderte mathematische Beschreibung der wirkenden Kräfte zu erarbeiten. Die Ansammlung der wesentlichen empirischen Daten elektrischer Erscheinungen ging ziemlich rasch vorwärts; die bedeutendsten Beiträge des 18. Jahrhunderts stammen von:

FRANKLIN (1706-1790)
PRIESTLEY (1733-1804)
COULOMB (1737-1806)
GALVANI (1737-1798)
VOLTA (1745-1827).

Das wesentliche neue Konzept war die **elektrische Ladung**. Durch die Annahme zweier Sorten elektrischer Ladung (positive und negative) konnten die teils anziehenden (zwischen ungleichnamig geladenen Körpern), teils abstoßenden (zwischen gleichnamig geladenen Körpern) Kraftwirkungen erklärt werden. Die atomistische Struktur der Ladung blieb allerdings lange Zeit unklar, erst gegen Ende des 19. Jahrhunderts erlangte man durch den Nachweis des **Elektron**s gesichertes Wissen. Einem Teilchen (Atom) wird nun neben der Masse m auch noch eine bestimmte Ladungsmenge Q als unveränderliche Charaktereigenschaft zugeschrieben, und es wird im Sinne NEWTONs mathematisch beschrieben als Massenpunkt mit Masse m und mit elektrischer Ladung Q.

Die Experimente von COULOMB ergaben, daß zwischen je 2 ruhenden geladenen Teilchen mit den Ladungen Q_1, Q_2 in Richtung der Verbindungslinie

der Teilchen eine elektrische Kraft wirkt, die dem Produkt $Q_1 \cdot Q_2$ proportional ist, und mit dem inversen Quadrat der Entfernung abnimmt:

$$f = k\frac{Q_1.Q_2}{r^2} \qquad \text{(Coulombkraft)} \tag{1.1}$$

Die Ladung eines Körpers setzt sich additiv zusammen aus den Ladungen der Teilchen, die den Körper bilden. In einem Körper sind normalerweise positive und negative Ladungsträger in gleichmäßiger Mischung vorhanden, sodaß die Gesamtladung des Körpers null ist und die elektrischen Kräfte nach außen sich praktisch aufheben. Ein Körper ist positiv oder negativ geladen, wenn die entsprechenden Ladungsträger überwiegen. Heute wissen wir, daß Elektronen einem Körper leicht entzogen werden können (der Körper ist dann positiv geladen) oder zugefügt werden können (der Körper ist dann negativ geladen); dabei ändert sich die Masse des Körpers wegen der Kleinheit der Elektronenmasse nur unmerklich. Geladene Körper üben also, entsprechend der Summe aller Kräfte der sie aufbauenden Teilchen, anziehende oder abstoßende Kräfte aufeinander aus. Aber auch ein neutraler Körper (Gesamtladung $Q = 0$) kann eine elektrische Kraft ausüben und erfahren, wenn die Ladungsträger nicht mehr gleichmäßig gemischt sind; er hat dann eine **elektrische Polarisation**. Das einfachste Beispiel dafür ist ein **elektrischer Dipol** $(+Q) - (-Q)$ d. h. 2 Ladungsträger mit entgegengesetzt gleichen Ladungen im Abstand a. Das Produkt aQ ist das Maß für die elektrische Polarisation, es heißt das **elektrische Dipolmoment**. Ein Dipol ist neutral, übt aber auf einen geladenen Körper (oder einen Dipol) eine elektrische Kraft aus.

Die Erklärung aller damals bekannten empirischen Sachverhalte der Elektrizitätslehre mittels der Coulombkraft im Rahmen des mechanistischen Weltbildes bereitete keine Schwierigkeiten, und bereits in den ersten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts hatte man eine mathematische Beschreibung nach dem Vorbild der newtonischen Gravitationstheorie ausgearbeitet. In dieser **Elektrostatik** spielte die Coulombkraft die Rolle eines immateriellen agens, das durch den leeren Raum instantan wirkt (Fernwirkung).

Die **Kräfte zwischen Magneten**

standen bis 1819 in keinerlei Verbindung mit den elektrischen Erscheinungen. Man hatte insbesonders festgestellt, daß Magnete auf elektrisch geladene (ruhende) Teilchen keine Kraft ausüben; magnetische Kraftwirkungen wurden daher als Phänomene sui generis angesehen. COULOMB konnte sie mit seiner Drehwaage quantitativ bestimmen und die Ergebnisse mathematisch beschreiben. Er führte in Analogie zur elektrischen Ladung das Konzept einer magnetischen Ladung ein. Eine Magnetnadel beschrieb er als **magnetischen Dipol** mit einem bestimmten **magnetischen Dipolmoment**; zwischen je 2 magnetischen Ladungen nahm er das COULOMBsche Kraftgesetz an.

Es wurde zwar als sehr merkwürdig angesehen, daß es niemals gelingt, die magnetischen Ladungen eines Dipols zu trennen, und daß es daher keine magnetisch geladenen Körper gibt, doch der quantitative Erfolg des Konzeptes stand außer Zweifel und es gab keinen berechtigten Einwand dagegen.

Die weitere Entwicklung der Elektrizitätslehre basierte auf der Entdeckung und Fortentwicklung der galvanischen Apparate (Batterien).

GALVANI, Professor der Anatomie und Gynäkologie in Bologna, hatte zufällig entdeckt, daß die Berührung der Muskeln eines Froschschenkels mit einem Bogen aus zwei verschiedenen Metallen, diese zum Zucken brachte und dabei elektrische Wirkungen auftraten. Er veröffentlichte seine Entdeckung 1791 in der Schrift DE VIRIBUS ELECTRICITATIS IN MOTU MUSCULARI COMMENTARIUS. Diese regte den an der Universität Pavia lehrenden Physiker

Alessandro VOLTA zu intensiver und erfolgreicher Forschung an. Um 1800 standen mit den *voltaischen Säulen* Gleichstrombatterien zur Verfügung (ca. 100 Volt Spannung), die starke kontinuierliche **elektrische Ströme** (bewegte Ladungstäger) lieferten. Die neuartigen Elektrizitätsquellen eröffneten eine neue Epoche der Elektrizitätslehre.

OERSTED und AMPÈRE

verdanken wir den ersten entscheidenden Durchbruch, der zur Vereinigung elektrischer und magnetischer Erscheinungen führte.

AMPÈRE klärte den Begriff des elektrischen Stromes und setzte die seither gebräuchliche Stromrichtung fest. Einen elektrischen Strom konnte er sich

... nicht anders vorstellen, denn als einen dauernden Transport positiver Ladungsträger in der einen Richtung und negativer Ladungsträger in der anderen.

Dabei neutralisieren sich die positiven und negativen Ladungsträger gegenseitig, daher kommt es zu keinen coulombischen elektrischen Kraftwirkungen.

AMPÈRE erklärte:

Es kommt zu einer ganz anderen Art von Anziehungen und Abstoßungen, die ich Anziehungen und Abstoßungen des elektrischen Stromes nenne.

AMPÈRE prägte auch für die Gesamtheit der elektromagnetischen Erscheinungen die bis heute übliche Bezeichnung **Elektrodynamik**.

Die großartigen Leistungen AMPÈRES wären aber wohl nicht zustande gekommen ohne den entscheidenden Anstoß, der der schöpferischen Phantasie eines anderen entsprang:

Hans Christian OERSTED (1777-1851),

Professor für Physik in Kopenhagen, hielt im Jahre 1819 Vorlesungen über Elektrizität, Galvanismus und Magnetismus, in denen er Versuche anstellte, die zeigten, daß ein elektrischer Strom auf eine Magnetnadel eine Kraftwirkung ausübt. Er nannte es die Wirkung des *elektrischen Konfliktes* auf die Magnetnadel. Dies war keine Zufallsentdeckung sondern die Frucht systematischer Untersuchungen, die er aus dem (irrationalen ?) Glauben anstellte, daß Elektrizität und Magnetismus durch dieselbe *Kraft* verursacht würden.

OERSTED beschreibt seinen Versuch folgend:

Man denke sich die beiden entgegengesetzten Enden des galvanischen Apparates durch einen Metalldraht verbunden. Diesen werde ich der Kürze

halber stets den verbindenden Leiter nennen; die Wirkung aber, welche in diesem verbindenden Leiter und um denselben her vor sich geht, mit dem Namen elektrischer Konflikt *bezeichnen.*

Man bringe ein geradliniges Stück des verbindenden Leiters in horizontaler Lage über eine gewöhnliche, frei bewegliche Magnetnadel so, daß er ihr parallel sei (weiter entfernt von der Magnetnadel, kann man den Leiter ohne Schaden nach Belieben biegen). Ist alles so eingerichtet, so wird die Magnetnadel in Bewegung kommen, und zwar so, daß sie unter dem vom negativen Ende des galvanischen Apparates herkommenden Teil des verbindenden Leiters nach Westen zu weicht. Ist die Entfernung des verbindenden Leiters von der Magnetnadel nicht mehr als 5/4 *Zoll, so beträgt die Abweichung ungefähr* 45^0*. Bei größerer Entfernung nehmen die Abweichungs-Winkel ab proportional zur Entfernung.... Der verbindende Leiter wirkt auf die Magnetnadel durch Glas, durch Metalle, durch Holz, durch Wasser, durch Harz, durch töpferne Gefäße und durch Steine hindurch ... Die Wirkungen, welche in dem elektrischen Konflikt stattfinden, sind also von den Wirkungen der einen oder der anderen elektrischen Kraft gänzlich verschieden. ... Der elektrische Konflikt vermag nur auf magnetische Teile der Materie zu wirken; alle nicht magnetischen Körper scheinen für den elektrischen Konflikt durchgängig zu sein. ...*

Daß der elektrische Konflikt nicht in dem leitenden Draht eingeschlossen, sondern zugleich in dem umgebenden Raum ziemlich weithin verbreitet ist, ergibt sich aus den Beobachtungen hinlänglich. Aus den Beobachtungen läßt sich schließen, daß der elektrische Konflikt in Kreisen um den Leiter fortgehe ...

Oersteds 1820 publizierte Arbeit lieferte den überzeugenden Beweis, daß zwischen Elektrizität und Magnetismus ein enger Zusammenhang besteht. Im Laufe der weiteren Entwicklung stellte sich heraus, daß es sich um untrennbar verbundene Aspekte einer einheitlichen Erscheinung handelt, die als **Elektromagnetismus** bezeichnet wird. Oersteds Entdeckung erweckte im unerhört vielseitig begabten französischen Mathematiker, Chemiker, Psychologen und Metaphysiker

Andre Marie Ampère (1775-1836)

ein reges Interesse für Physik. Er begann mit systematischen Experimenten über die Wechselwirkung elektrischer Ströme und die Wirkung eines Stromes auf einen Magneten. Es gelang ihm, diese Kraftwirkungen mit seinem elektrodynamischen Grundgesetz mathematisch zu fassen, das auch nach dem Vorbild des newtonischen Gravitationsgesetzes formuliert ist. Die Rolle der Punktteilchen spielen dabei *Stromelemente* (Stromstärke mal Leiterelement).

Während der Jahre 1820-1826 arbeitet er den allgemeinen Zusammenhang zwischen elektrischem Strom und magnetischem Kraftfeld aus (Ampèresches Gesetz). Er entdeckte auch die Verstärkung des Magnetfeldes einer Spule durch einen eingebrachten Eisenkern, und gilt daher als Vater des Elektromagneten.

Als Ampère 1826 einen Lehrstuhl für Physik am College de France erhalten hatte, wechselte er seinen Interessenskreis abermals. Er kehrte zur Philosophie und Logik zurück und widmete sich schließlich der Biologie und vergleichenden Anatomie.

AMPÈRES Elektrodynamik steht philosophisch ganz auf dem Boden des mechanistischen Weltbildes (Fernwirkungskräfte); einige Zitate aus seinen Schriften mögen dies belegen:

Mathematische Theorie der elektrodynamischen Erscheinungen

Die durch Newtons Werke bezeichnete Epoche der Wissenschaftsgeschichte ist nicht nur die wichtigste, was die Entdeckungen betrifft, die der Mensch über die Ursachen der großen Naturphänomene gemacht hat; sie ist auch die Epoche, in welcher sich der menschliche Geist einen neuen Weg in den Wissenschaften gebahnt hat, die das Studium dieser Phänomene zur Aufgabe haben. Bis dahin hat man die Ursachen fast ausschließlich im Impuls eines unbekannten Fluidums gesucht, das die materiellen Teilchen in der Richtung seiner eigenen Partikeln mitriß; und überall wo man eine Kreisbewegung sah, stellte man sich einen Wirbel im gleichen Sinn vor. NEWTON *hat uns gelehrt, daß diese Art Bewegung, wie alle, die uns die Natur bietet, durch Rechnung auf Kräfte zurückgeführt werden muß, welche immer zwischen zwei materiellen Teilchen in Richtung ihrer Verbindungsgeraden derart wirken, wie es Newton im letzten der 3 Axiome formulierte, die er an den Anfang der* PHILOSOPHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA *setzte.*

Aber mit dieser erhabenen Konzeption allein war es nicht getan; noch mußte entdeckt werden, nach welchem Gesetz diese Kräfte, je nach gegenseitiger Lage der Teilchen sich verändern, oder, was aufs Gleiche herauskommt, ihr Wert mußte durch eine Formel ausgedrückt werden.

Newton setzte fest, daß ein solches Gesetz aus den beobachteten Tatsachen gefolgert werden müsse, oder besser gesagt aus den empirischen Gesetzen, die, wie jene Keplers, nur die verallgemeinerten Resultate einer großen Zahl von Tatsachen sind. Zuerst die Tatsachen beobachten, ihre Umstände soweit als möglich variieren, diese erste Arbeit mit genauen Messungen begleiten, um daraus allgemeine Gesetze, die nur auf der Erfahrung beruhen, ableiten zu können, und aus diesen Gesetzen, unabhängig von jeder Hypothese über die Natur der Kräfte, welche die Phänomene erzeugen, den mathematischen Ausdruck dieser Kräfte, das heißt die Formel, die sie darstellt, zu deduzieren – das war der Weg, den Newton beschritt. Dies Verfahren ist im allgemeinen in Frankreich von denjenigen Gelehrten übernommen worden, welchen die Physik die erheblichen Fortschritte, die sie in letzter Zeit gemacht hat, verdankt, und mir hat es als Richtlinie gedient bei allen meinen Forschungen über die elektrodynamischen Phänomene. Ich habe nur die Erfahrung befragt, um die Gesetze dieser Phänomene aufzustellen, und daraus habe ich die Formel abgeleitet, die allein die Kräfte darstellen kann, denen sie zuzuschreiben sind; ich habe keinerlei Forschungen über die mögliche Ursache dieser Kräfte angestellt, weil ich ganz davon überzeugt war, daß jeder Forschung dieser Art eine rein experimentell erworbene Kenntnis der Gesetze sowie der allein aus diesen Gesetzen abgeleiteten Bestimmung des Wertes der elementaren Kräfte vorausgehen muß, deren Richtung notwendigerweise die Gerade ist, die durch die materiellen Punkte bestimmt ist, zwischen denen diese Kräfte wirken.

Geleitet von den Prinzipien der newtonischen Physik, habe ich die von

Herrn Oersted *beobachteten Phänomene auf Kräfte zurückgeführt, die immer in Richtung jener Geraden wirken, welche die beiden Teilchen verbindet, auf die diese Kräfte ausgeübt sind; und wenn ich festgesetzt habe, daß auch um die Teilchen der Magnete die gleiche Bewegung der Elektrizität auftritt wie in einem leitenden Draht, so geschah dies keinesfalls, um sie durch Impulse ähnlich denen eines Wirbels wirken zu lassen, sondern um nach meiner Formel die Kräfte zu berechnen, die sich zwischen diesen Teilchen und jenen eines Leiters ergeben, auf den Geraden, die jeweils 2 Teilchen verbinden. Die Ergebnisse der Berechnung werden durch die Experimente völlig bestätigt. Die Formel, durch die ich die elektrodynamische Wirkungsweise beschreibe, wird immer der Ausdruck der Tatsachen bleiben; wie auch immer die physikalische Ursache beschaffen ist, auf welche man diese Phänomene zurückführen mag.*

Wahrheit und Schönheit wird erstrebt und
erkannt von den dafür Geborenen. DEMOKRIT

1.2 Faraday, der Vater der Fotomaterie

Der Umschwung des physikalischen Weltbildes

NEWTONs Konzept der Kraft als eines immateriellen Agens, das durch das Vakuum auf beliebige Entfernung instantan wirkt, ist von vielen Physikern, auch von NEWTON selbst, als letztlich unbefriedigend und absurd angesehen worden. Auch aus dem letzten zitierten Satz von AMPÈRE geht hervor, daß **physikalische Ursachen** (ein materielles Agens) für die beobachteten Kraftwirkungen als noch fehlend empfunden werden. Jene Physiker, die nur mathematisch orientiert waren, sahen die Suche nach solchen physikalischen Ursachen als metaphysische Spielerei an, die nur der Befriedigung irrationaler Bedürfnisse dient, während doch die elektrodynamischen Erscheinungen mit mathematischer Präzision bereits zutreffend beschrieben waren. Da erscheint einer der größten unter den Physikern:

Michael FARADAY (1791-1867),

ein völlig unmathematischer Physiker, ein Realist, dem es um die Erkenntnis der physikalischen Ursachen ging, um das den Phänomenen zu Grunde liegende materiell Seiende.

Er hatte keine ordentliche akademische Ausbildung, er war ein Autodidakt, der es vom Buchbinder zum Laboranten in der Royal Institution des großen Chemikers Sir Humphrey DAVY gebracht hatte. Trotzdem (oder gerade deswegen?) wird dieser Mann zu einem der größten Neuerer der Physik.

Als 1820 OERSTEDs Entdeckung bekannt geworden war, wiederholte auch FARADAY die Versuche sogleich. Fasziniert suchte er nach dem Gegenstück zu OERSTEDs Versuch, bei dem sich gezeigt hatte, daß ein Strom (eine bewegte elektrische Ladung) eine Magnetnadel ablenkt. *Verwandle Magnetismus in Elektrizität* hatte er sich in sein Tagebuch geschrieben: ein bewegter Magnet sollte also eine Kraft auf eine Ladung ausüben.

Doch es dauerte lange bis zum Erfolg. Erst 1831 gelang nach vielen vergeblichen Versuchen der Durchbruch mit folgendem Experiment:

Auf einem Eisenring sind 2 Spulen aufgewickelt, die eine Spule ist mit einem Galvonometer verbunden. Wenn die andere Spule an eine Batterie angeschlossen wird, zeigt sich während des Einschaltens ein Ausschlag am Galvanometer, der sofort wieder zurückgeht. Während des stationären Stromflusses zeigt sich also am Galvanometer keinerlei Wirkung, wohl aber kommt es beim Abschalten des Stromes zu einem Galvanometer-Ausschlag in entgegengesetzter Richtung.

Die Erscheinung wird elektromagnetische Induktion genannt, sie spielt in der Elektrotechnik eine entscheidende Rolle (Dynamo). Dieses Experiment beweist indirekt auch, daß eine bewegte Magnetnadel auf elektrische Ladungen eine

Kraft ausübt. In einer Dynamomaschine treibt ein rotierender Magnet die Elektronen durch den leitenden Draht, es werden starke Ströme erzeugt.

FARADAY begann die Publikation der **Experimental Researches** 1832

Seine darin niedergelegten Entdeckungen und deren gänzlich neuartige Interpretation mit dem Begriff der **Feldwirkung** (Nahwirkung) führten in der Folge zu einem Umschwung des physikalischen Weltbildes.

Wir bringen hier einige Zitate, die FARADAYs Anschauungen besonders gut ausdrücken [1]:

Über magnetische Kraftlinien, ihren bestimmten Charakter und ihre Verteilung in einem Magneten und durch den Raum

(Aus dem Vortrag von FARADAY in der Royal Society am 22. 10. 1851)

Tiefes Nachdenken kennzeichnet diese Schrift. Experimentelle Ergebnisse haben darin nur eine untergeordnete Wichtigkeit. Es geht FARADAY hauptsächlich darum, die Bedeutung seiner Idee von den Kraftlinien darzulegen:

Das Studium dieser Linien hat zu verschiedenen Zeiten großen Einfluß auf mich ausgeübt, indem es mich zu mehreren Resultaten führte, welche meines Bedünkens den Nutzen ebensowohl als die Fruchtbarkeit dieser Auffassung beweisen.

Ohne Zweifel betrachtete FARADAY den Raum rings um jeden Magneten als durchzogen von schleifenförmigen Kraftlinien; diese existierten zu allen Zeiten rings um den Magneten, ganz unabhängig von der Anwesenheit irgend eines magnetischen Stoffes, wie *z.B.* Eisenfeilspänen.

Er schreibt:

> *Wie die magnetische Kraft durch Körper oder durch den Raum übertragen wird, wissen wir nicht; ob sie nur das Resultat einer Wirkung in die Ferne ist, wie bei der Schwerkraft, oder ob da ein die magnetischen Kräfte vermittelndes* **Medium** *vorhanden ist? ... Ich neige mehr der Ansicht zu, daß ein Medium außerhalb des Magneten die magnetischen Kraftwirkungen vermittelt. (Ich glaube übrigens, daß auch die elektrostatischen Kräfte durch ein Medium vermittelt werden.) Der Begriff der magnetischen Fluida* [2] *begreift die Übertragung der Kraft durch ein vermittelndes Medium nicht in sich, allein der Begriff der* **magnetischen Kraftlinien** *tut es.*

Zur Untermauerung dieser Ansicht führt er aus:

> *Bewegt man einen Draht in der Nähe eines Magneten, dann wird im Draht ein elektrischer Strom erzeugt. Von der Bewegung allein kann dieser nicht erzeugt werden. Dies beweist, daß um den Magnet herum, und durch diesen erhalten, ein* **Zustand** *bestehen muß, in dessen Wirkungsbereich der Draht sich befindet. Diesen Zustand nenne ich den* **elektrotonischen Zustand**. *Dies beweist,*

[1] Aus: *Faraday und seine Entdeckungen* von J. Tyndall, übersetzt und herausgegeben von H. Helmholtz 1870; und *Der Weg der Physik* von S. Sambursky 1975

[2] er meint die nur innerhalb der magnetischen Körper vorhandenen Stromdichten

> *daß die Kraftlinien eine physikalische (materielle) Existenz haben. Experimentell genommen ist der von ponderabler Materie freie Raum magnetisch erfüllt. Wenn später einmal eine genauere Vorstellung von dem elektrotonischen Zustand im Raume auftauchen sollte, so muß diese in das Bild dessen einverleibt werden, was heute der leere Raum genannt wird. Ich glaube, daß es eine bewiesene Tatsache ist, daß ponderable Materie für die Existenz physikalischer Kraftlinien entbehrlich ist.*

Auch die Natur des Lichtes, das bislang nicht mit elektromagnetischen Erscheinungen in Verbindung gebracht worden war, wird von FARADAY im wesentlichen erkannt:

> *Allmählich wurde ich zur Auffassung geführt, daß Licht eine hochfrequente Art von Schwingungen der Kraftlinien ist.*

FARADAY erkannte, daß die elektromagnetischen Kraftwirkungen durch eine am Ort existierende Substanz bewirkt werden, die er mit den Worten **physikalische Kraftlinien** oder **elektrotonischer Zustand** benannte.

Wie revolutionär dieses Konzept war, stellte sich in der Folge allmählich heraus, als den Physikern klar wurde, daß damit das über 2 Jahrtausende herrschende physikalische Weltbild (das demokritische Zeitalter) zu Ende gegangen war.

Der Umschwung des physikalischen Weltbildes wurde von den theoretischen Physikern endgültig vollzogen durch Schaffung einer mathematischen Theorie, die als MAXWELLsche Elektrodynamik berühmt wurde.
Die Namen der führenden Physiker dieses Umschwunges sind:

James CLERK MAXWELL (1831-1879)
Heinrich HERTZ (1857-1894)
Henrik Antoon LORENTZ (1853-1928)
Albert EINSTEIN (1879-1955)

MAXWELL und seine mathematische Kraft waren es, die den Ideen FARADAYs die bleibende wissenschaftliche Existenz verschafften. Aus vornehmer schottischer Familie stammend, mit allen Bildungsmitteln seiner Zeit ausgestattet, mit humanistischen ebenso wie mit mathematisch naturwissenschaftlichen, gelang es ihm, die Kraftlinien FARADAYs mathematisch zu fassen, und damit einem allgemeinem Verständnis zugänglich zu machen.

Im Vorwort zu seinem TREATISE schreibt MAXWELL:

Faraday sah mit seinem geistigen Auge Kraftlinien den Raum zwischen den Körpern durchsetzten, wo die Mathematiker[3] *Anziehungszentren von Fernkräften sahen. Faraday sah ein Medium, wo sie nur leeren Raum und Entfernungen sahen. Faraday suchte nach dem physikalisch Realen, das als im Raum Existierendes den Erscheinungen zu Grunde liegt, sie begnügten sich, das Potenzgesetz der auf elektrische Ladungsträger wirkenden Kräfte zu finden.*

[3] Gauss, Weber, Riemann, F. und C. Neumann

Als ich die Ideen Faradays, so wie ich sie verstand, in eine mathematische Form brachte, fand ich, daß beide Methoden im allgemeinen zu denselben Resultaten führten, daß aber manche von den Mathematikern gefundene Methode erst mit den Vorstellungen Faradays physikalisch verständlich wurde.

... Wir können nicht umhin zu denken, daß an jeder Stelle, wo Kraftlinien sind, ein gewisser physikalischer Zustand existiert, der genügend Energie besitzt, um die daselbst stattfindenden Erscheinungen zu bewirken. Die von mir vorgeschlagene Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen setzt voraus, daß sich im Raum in der Nähe von elektrischen oder magnetischen Körpern eine Materie befindet –nicht die grobe Materie, sondern eine ätherische Substanz– auf welche die beobachteten elektromagnetischen Phänomene zurückzuführen sind.

Aus diesen Sätzen darf man nicht herauslesen, daß MAXWELL an eine neuartige, nichtdemokritische Art von Materie dachte. Im Gegenteil, die Umwälzung der Elektrodynamik vollzog sich noch ganz unter der Führung newtonischer Ideen. MAXWELL, BOLTZMANN, Lord KELVIN wurden nicht müde, die elektrotonischen Zustände und deren Dynamik auf mechanische Bewegungen einer kontinuierlich raumerfüllen, unvernichtbaren und unerzeugbaren Substanz [4] zurückzuführen. Die Fruchtlosigkeit dieser Bemühungen wurde aber immer deutlicher.

H. HERTZ veröffentlichte 1890 eine große Abhandlung über **Die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper**.

Damit erst wurde der wesentliche Gehalt der MAXWELLschen Theorie logisch klar verständlich und einem breiteren Kreis zugänglich.

Er unterschied darin sehr genau zwischen den 2 Arten von Beschreibungsgrößen, die in der Theorie des Elektromagnetismus eine Rolle spielen:

Ladungen und Ströme, welche den Zustand der ponderablen Materie spezifizieren einerseits, und

elektromagnetische Felder, welche den Zustand des Äthers in jedem Punkt spezifizieren andererseits.

In seiner mathematischen Formulierung der Grundgleichungen benützte er nur die, der experimentellen Bestimmung direkt zugänglichen Vektorfelder des elektrischen Feldes $E = (X, Y, Z)$, und des magnetischen Feldes $B = (L, M, N)$; er vermeidet also das Skalarpotential und das Vektorpotential, die Maxwell in seinen Arbeiten vor 1868 benutzt hatte. Die solchermaßen gereinigten MAXWELL-HERTZschen Gleichungen enthalten das elektromagnetische Feld als einen letzten irreduziblen, von allem Beiwerk aus der Begriffswelt der Mechanik befreiten Baustein der physikalischen Realität. Mit allem Nachdruck formuliert Hertz:

> Die Maxwellsche Theorie besteht in nichts sonst als
> den Maxwellschen Gleichungen.

Trotzdem blieb aber die Frage bestehen: **Was ist das physikalisch Reale, das in Raum und Zeit Existierende, welches durch elektromagnetische**

[4] den hypothetischen Äther

Felder mathematisch beschrieben wird? Die Realisten unter den Physikern konnten nicht ohne den Begriff des Äthers auskommen. Elektrisch geladene Teilchen im Sinne der Mechanik (Elektromaterie) einerseits, und das nichtatomistische elektromagnetische Feld andererseits, waren von nun ab gleichwertige fundamentale Elemente der Welt, die zur Beschreibung des in Raum und Zeit existierenden physikalisch Realen benützt wurden.

H. A. LORENTZ führte dieses Konzept in seiner Elektronentheorie mit großem Erfolg durch. Dabei mußte er sich genau auseinandersetzen mit der Frage:

Welche Rolle spielt eigentlich der Äther in dieser Theorie?

LORENTZ erkannte allmählich, daß kein Teil des Äthers sich relativ zu einem anderen Teil bewegen kann, daß dem Äther keinerlei materielle Eigenschaften zugeschrieben werden können, daß er im Rahmen der Theorie lediglich die Rolle spielt:

Unter allen Inertialsystemen eine spezielle Unterklasse, die *Ätherruhsysteme* auszuzeichnen.

Mit anderen Worten: Der Äther ist ein Element der Zeit-Raum-Struktur, das der newtonischen Zeit-Raum-Struktur hinzugefügt werden muß. Die MAXWELL-HERTZschen Gleichungen in der bekannten Form gelten nur in den Ätherruhsystemen; in einem allgemeinen Bezugssytem müssen sie die Geschwindigkeit gegen das Ätherruhsystem enthalten. Das bei allen rein mechanischen Vorgängen stets bestätigte Relativitätsprinzip war also demnach nicht allgemein gültig, die MAXWELL- LORENTZsche Theorie ist also nichtrelativistisch.

Nun stellte sich aber heraus, daß alle Versuche, ein Ätherruhsystem nachzuweisen negative Befunde lieferten:

MICHELSON hatte in den Jahren 1881-1887 eine Reihe sehr genauer Interferenz-Experimente durchgeführt, RAYLEIGH und BRACE hatten untersucht, ob die Erdbewegung einen Körper doppelbrechend macht, TROUTON und NOBLE haben nach dem Drehmoment gesucht, das auf einen geladenen Kondensator wirken sollte, dessen Platten einen Winkel zur Geschwindigkeitsrichtung bilden; alle von der Elektronentheorie geforderten Effekte blieben aus.

Um seine sonst so erfolgreiche Theorie zu retten machte LORENTZ, dessen Theorie eine Äthermitführung keinesfalls zuließ, 1895 die ad hoc Hypothese, daß durch den Äther bewegte Moleküle eine andere Kraft aufeinander ausüben als ruhende, so daß materielle Körper (Teile des Interferometers) eine Längenkontraktion aufweisen. Die quantitative Formel

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{1.2}$$

konnte zwar das MICHELSON-Ergebnis erklären, POINCARÈ erhob dagegen jedoch den Einwand, daß zur Erklärung eine neue Hypothese eingeführt werden mußte, und daß dies jedesmal notwendig werden könne, wenn neue Tatsachen bekannt würden.

LORENTZ unternahm 1904 in der Arbeit

Elektromagnetische Erscheinungen in einem System, das sich mit beliebiger, die des Lichtes nicht erreichender Geschwindigkeit bewegt

erneut den Versuch, eine gültige Theorie aufzustellen, er erreichte sein Ziel aber nicht.

Die Lösung aller angestauten Probleme kam durch einen Geniestreich des damals 26-jährigen Albert EINSTEIN, in der 1905 veröffentlichten Arbeit:

Zur Elektrodynamik bewegter Körper

Damit verschafft er dem Relativitätsprinzip wieder allgemeine Gültigkeit. Wir geben ein Zitat daraus:

...die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum Lichtmedium zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten,.... Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden Prinzip der Relativität *genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche Voraussetzung einführen, daß Licht im leeren Raum stets mit einer bestimmten, vom Bewegungszustande des emittierenden Körpers unabhängigen Geschwindigkeit V fortpflanze.*

Dieses Programm führt EINSTEIN virtuos durch. Er kommt zum revolutionären Ergebnis, daß die newtonische Zeit-Raum-Struktur, die bisher allen physikalischen Theorien zu Grunde lag, nicht im Einklang mit der Wirklichkeit ist. Diese Struktur ist falsifiziert und muß durch eine andere Zeit-Raum-Struktur ersetzt werden, die EINSTEIN **Spezielle Relativitätstheorie** nannte. Wir nennen sie im folgenden die minkowskische Mannigfaltigkeit, oder den **minkowskischen Raum**.

Bezüglich der **Materie** sei zusammenfassend gesagt:

Mit Faraday beginnt die Erkenntnis, daß es eine weitere Art von Materie gibt, die völlig anders strukturiert ist als die demokritisch-newtonische; wir nennen sie die **Fotomaterie** (im Bereich der Quantentheorie: **photonische** Materie). Seit Urzeiten ist der Mensch mit ihr in der Form des Lichtes vertraut, doch erst ab nun wird allmählich klar, daß diese nicht aus unerzeugbaren und unvernichtbaren Elementarteilchen und deren Bewegung besteht (Schwingungen von demokritischen Ätherteilchen), sondern daß gerade die Erzeugung und Vernichtung von Fotomaterie ständig stattfindende Vorgänge von fundamentaler Bedeutung sind.

Erzeugungs- und Vernichtungsprozesse, bei denen die Materiemenge (Energie) insgesamt jedoch erhalten bleibt, die also besser als **Umwandlungsprozesse** bezeichnet sind, finden nach unserem heutigen Wissen nicht nur bei der Fotomaterie statt, sondern betreffen uneingeschränkt alle Arten der Materie. Die Fotomaterie ist dabei nur insofern ausgezeichnet,

daß bei der Umwandlung nur sehr geringe Energien auftreten, sodaß sie praktisch allzeit auftreten (Ausstrahlung von Licht, Wärme, Radiowellen).

Seit 1905 (Photo-elektrischer Effekt) wissen wir, daß die Fotomaterie eine atomistische Struktur hat (**Photonen**); diese hängt mit den Quantenerscheinungen bei der Fotomaterie zusammen und wird heute durch die Quantenelektrodynamik (**Quanten-Photodynamik**) erfolgreich beschrieben.

In diesem Text wird auf Quantenerscheinungen nicht eingegangen, er gibt eine Darstellung der *Klassischen Elektrodynamik*, in der die Fotomaterie als kontinuierliche, im Raum ausgebreitete, erzeugbare und vernichtbare Substanz beschrieben wird. Die mathematische Beschreibung der Fotomaterie wurde von MAXWELL zwischen 1855 (**On Faradays Lines of Force**) und 1873 (**Treatise on Electricity and Magnetism**) mit einer großartigen Pionierleistung eingeleitet und weit vorangetrieben. Sie geschieht durch Felder eines bestimmten Typs, die gewissen partiellen Differentialgleichungen genügen. Diese Felder nennt man **elektromagnetische Felder**; die erwähnten Differentialgleichungen spielen die Rolle der dynamischen Gesetze für die Fotomaterie; sie sind gewissermaßen das Analogon der newtonischen Bewegungsgleichung. In der Nachfolge von MAXWELL, dessen Treatise vielfach als schwer verständlich galt, hat Heinrich HERTZ, neben seiner experimentellen Großtat des Nachweises elektromagnetischer Wellen, viel zur theoretischen Klärung beigetragen. Wir nennen daher die klassischen Feldgleichungen für die Fotomaterie die

Maxwell-Hertzschen Gleichungen:

1) $div\vec{B} = 0\ , \qquad rot\vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = 0$

2) $div\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho\ , \qquad rot\vec{B} - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} = \mu_0\vec{j}$

War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb,
die mit geheimnisvoll verborg'nem Trieb
die Kräfte der Natur um mich enthüllen
und mir das Herz mit stiller Freude füllen.

BOLTZMANN

Diese Gleichungen enthalten die 2 Konstanten ϵ_0, μ_0. Eine davon ist willkürlich festzusetzen, damit wird lediglich die Maßeinheit der Ladung (oder des Stromes) festgesetzt. Die heutige Konvention, mit der die Stromeinheit Am festgelegt wird lautet:

$\mu_0 := 4\pi.10^{-7}\ J\ met^{-1}\ Am^{-2}$

WEBER machte 1856 bei seinen Präzisionsmessungen der elektromagnetischen Größen die bedeutsame Entdeckung, daß die Konstante $1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ denselben Wert hat wie die Lichtgeschwindigkeit im Vacuum. Das konnte nicht als Zufall hingenommen werden; es führte MAXWELL dazu, Licht als eine elektromagnetische Erscheinung zu deuten.

Elektrische, magnetische und optische Erscheinungen waren als völlig getrennte Phänomene ins 19. Jahrhundert eingetreten. Die großen Physiker jenes Jahrhunderts gelangten am Ende zur Erkenntnis, daß es sich um eine unauflösliche Einheit von Naturerscheinungen handelt.

Schönheit geht uns über alles, denn
Häßlichkeit ist immer der sichere Hinweis
auf den Verfall von Humanität und Kultur.

Kapitel 2

Die Logik der Elektro-Foto Dynamik

Die Elektro-Foto Dynamik beschreibt die Wechselwirkung von 2 grundverschiedenen Arten von Materie:

Elektromaterie und **Fotomaterie**

Elektromaterie ist die Trägerin von Ladung und Strom; sie besteht nach heutigem Wissen aus mehreren Arten, die zugehörigen Elementarteilchen sind Elektron, Proton, Neutron etc. Das Elementarteilchen der Fotomaterie ist das Photon.

Nichtrelativistische Elektrodynamik

Die ursprüngliche Theorie der Wechselwirkung zwischen Elektromaterie und Fotomaterie geht auf Maxwell zurück und wurde von Hertz und Lorentz weiterentwickelt. Die Maxwell-Hertz-Lorentzsche Elektrodynamik hatte das in der newtonischen Mechanik bewährte galileische Relativitätsprinzip aufgegeben und absolute Geschwindigkeiten als meßbar eingeführt. Die geometrische Struktur der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit, die dieser Theorie zu Grunde liegt, nennen wir den maxwellischen Zaum (M, Z, h, E, ∇, n).

Viele Experimente, insbesondere jene von Michelson, zeigten aber, daß diese Theorie im Widerspruch zur Erfahrung steht. Diese Problematik hatte sich um 1900 zu einer veritablen Grundlagenkrise der Physik entwickelt, deren Lösung selbst den erstrangigen Gelehrten Lorentz und Poincare nicht gelang. Die Lösung fand der junge Einstein, die er 1905 unter dem Titel publizierte:

Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Zschr. f. Phys. 1905

Ein neues Relativitätsprinzip, das Einstein mit dem Namen Spezielle Relativitätstheorie bezeichnete, wurde wieder zu einem grundlegenden Element jeder fundamentalen physikalischen Theorie. Wir wollen hier das neue Relativitätsprinzip, im Kontrast zum galileischen Relativitätsprinzip der newtonischen Mechanik, als einsteinisches Relativitätsprinzip bezeichnen. Die darauf basierende neue Theorie der Wechselwirkung zwischen Elektromaterie und Fotomaterie, die meist als Einstein-Minkowskische Elektrodynamik bezeichnet wird, nennen wir:

Relativistische Elektro-Foto Dynamik

Es ist nicht unnötig, darauf hinzuweisen, daß diese Theorie weder mit der klassischen newtonischen Mechanik noch mit der Quantenmechanik verträglich ist. Deshalb wird auch heute noch in wichtigen Bereichen der Physik (Quantenoptik, Plasmaphysik) die falsifizierte nichtrelativistische Elektrodynamik verwendet.

Die mathematische Ausformung der neuen geometrischen Struktur von Raum und Zeit stammt von Minkowski; ihm zu Ehren nennen wir diese Zeit-Raum-Struktur den minkowskischen Zaum.

Der minkowskische Zaum (M, g, E)

Die realen geometrischen Verhältnisse von Zeit+Raum werden zutreffend beschrieben durch das mathematische Konzept des minkowskischen Zaumes (M, g, E). Das kometrische Feld g hat die lorentzische Signatur $+, -, -, -$; es liefert das metrische Feld G, die musikalischen Isomorphismen $\sharp, \flat$ zwischen den Tangential- und den Kotangentialräumen; induziert die kometrischen Felder g_p und metrisiert die metrische Orientierungs-4-Form E zu $g_4(E, E) = -4!$ Das Paar (g, E) definiert den $*$-Operator durch: $A \wedge *B := \frac{1}{p!} g_p(A, B)$.

Als physikalische Grundkonstante hat man die

Grenzgeschwindigkeit $c := 2,99792458\, metsec^{-1}$, exakt!

Durch diese Festsetzung ist die SI-Maßeinheit *met* definiert.

Die geometrischen Strukturelemente g, E des minkowskischen Zaumes können am einfachsten dargestellt werden in einer minkowskischen Karte von M; eine solche ist eine globale Karte mit den Koordinatenfunktionen x^0, x^1, x^2, x^3, die an g und E optimal angepaßt sind. Die Karte liefert den globalen Korahmen dx^0, dx^1, dx^2, dx^3 ; mit diesem hat man die expliziten Kartendarstellungen:

$g^{ab} := g(dx^a, dx^b) = \eta^{ab}, \quad E = dx^0 \wedge dx^1 \wedge dx^2 \wedge dx^3$

Die mathematische Beschreibung von Elektromaterie

Elektromaterie gibt es in mehrern Arten: Elektonen, Protonen, Neutronen sind die wichtigsten. Eine vollständige Beschreibung von Elektromaterie wird hier nicht gegeben, es muß genügen, allein mit einer wesentlichen Beschreibungsgröße auszukommen, mit einem

Stromdichte Vektorfeld j

Falls man doch eine vollständige Beschreibung von Elektronen und Protonen heranziehen möchte, bleibt hier nur die Möglichkeit, diese elektrisch geladenen Teilchen als einsteinische Massenpunkte (ZWL, m, e) zu beschreiben. Die elektrischneutralen Neutronen könnte man als einsteinische Massenpunkte mit Spin und magnetischem Dipolmoment μ beschreiben: (ZWL, s, m, μ).

Ladung ist eine Quantitätsgröße, die als Volumsintegral definiert ist; man gewinnt sie als Integral über die zum Stromdichte Vektorfeld j gehörende

Ladungs-3-Form $J := j \lrcorner E$

Die Ladung ist eine Erhaltungsgröße, diese grundlegende physikalische Erfahrung wird garantiert durch das fundamentale

$$\boxed{\text{Gesetz der Ladungserhaltung:} \quad dJ = 0}$$

Außerdem werden allgemeine Integrabilitätsbedingungen für die Komponentenfunktionen von j gefordert, welche die Endlichkeit von integralen Größen wie Ladung und Multipolmomenten garantieren.

Da es im hier gesteckten Rahmen an einer fundamentalen Beschreibung von Elektromaterie mangelt, ist es notwendig, über Elektromaterie einige phänomenologische Annahmen zu machen: Die Ladungs-3-Form J wird aufgeteilt in einen konvektiven Anteil, der als von bewegten Ladungsträgern herrührend auch klassisch verstanden werden kann, und einen Polarisationsanteil, der von elektrischen und magnetischen Dipoldichten $\vec{P}$, $\vec{M}$ herrürt. Diese Feldgrößen beschreiben in phänomenologischer Weise das klassisch nicht erklärbare Verhalten von Elektronen in Atomen, Molekülen und Festkörpern. Die 6 Komponenten der elektrischen Dipoldichte $\vec{P}$ und der magnetischen Dipoldichte $\vec{M}$ bilden zusammen die Komponenten einer 2-Form P. Um zu praktisch brauchbaren Aussagen über die Reaktion von Elektromaterie auf äußere Einwirkung von Fotomaterie zu gelangen, sind Materialgleichungen anzunehmen, die über materialcharakteristische Parameter (Suszeptibilitäten) das Polarisationsfeld P mit dem Faradayfeld F in Zusammenhang setzen. Mathematisch lassen sich diese Annahmen folgend ausdrücken:

$J = J_{con} + J_{pol}, \qquad J_{pol} = d * P, \qquad$ mit den in einfachsten Fällen

brauchbaren Materialgleichungen für $\quad P = (\vec{P}, \vec{M})$:

$$P^i = \epsilon_0 \chi^{ik} E^k, \quad M^i = \tfrac{1}{\mu_0} \psi^{ik} B^k$$

wobei χ die elektrische Suszeptibilität ist, ψ die magnetische Suszeptibilität. $\epsilon_0 := 1/\mu_0 c^2$.

Die mathematische Beschreibung der Fotomaterie

Die Fotomaterie wird vollständig beschrieben (in ihren klassischen Eigenschaften) durch ein

Fotofeld V

Ein Fotofeld ist eine 1-Form auf der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit M, die der fundamentalen

Foto-Feldgleichung $\quad \boxed{-d * dV + \kappa^2 * V = \mu_0 c \cdot J}$

genügt.

Die Konstante $\mu_0 := 4\pi.10^{-7} Volt\, sec/Amp\, met$ ist wieder durch Konvention festgesetzt; damit wird die SI-Maßeinheit Amp definiert. Wir nennen μ_0 die Amperekonstante.

Außerdem müssen die Komponenten von V gewissen Integrabilitätsbedingungen genügen, welche garantieren, daß integrale Größen wie Energie, Impuls etc. endlich sind.

Aus einem Fotofeld V leitet man das zugehörige Faradayfeld F als Differential ab: $\boxed{F := dV}$.

F kann relativ zu einem minkowskischen Inertialsystem in ein elektrisches Feld $\vec{E}$ und ein Magnetfeld $\vec{B}$ zerlegt werden. F ist eine 2-Form, die Zerlegung in $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feld ist nur relativ zu einem minkowskischen Inertialsystem definiert.

In einer minkowskischen Karte hat man die Dartstellungen:

$$V = V_a(x)dx^a, \qquad \sharp V = (\sharp V)^a \partial_a =: V^a \partial_a$$

$$F = E^k(x)dx^0 \wedge dx^k - cB^1(x)dx^2 \wedge dx^3 - cB^2(x)dx^3 \wedge dx^1 - ...$$

Damit ergeben sich aus der Foto-Feldgleichung für die minkowskischen Komponenten die partiellen Differentialgleichungen

$$(\Box + \kappa^2)V^a = \mu_0 c \cdot j^a, \quad V^a_{,a} = 0 \tag{2.1}$$

dabei sind j^a die minkowskischen Komponenten des Stromdichte Vektorfeldes $j = j^a(x)\partial_a$.

Neben diesen Feldgleichungen müssen die Funktionen $V^a(x)$ noch Integrabilitätsbedingungen erfüllen. Zu deren Formulierung wird nun das Energie-Impuls-Tensorfeld $\theta(V)$ definiert:

$$\theta^{ab} := \frac{\epsilon_0}{c}\{F^{ac}\eta_{cd}F^{db} + \frac{1}{4}g_2(F,F) + \kappa^2[V^aV^b - \frac{1}{2}\eta^{ab}g(V,V)]\}$$

θ ist ein symmetrisches Tensorfeld 2. Stufe, das als quadratische Form aus den Komponenten von V und dessen 1. Ableitungen aufgebaut ist. Das innere Produkt von $\theta(V)$ mit einer Killing-1-Form ist also ein Vektorfeld; das innere Produkt jedes dieser 10 Vektorfelder (es gibt im minkowskischen Zaum 10 unabhängige Killing-1-Formen) mit der metrischen Orientierungsform E ist also eine 3-Form. Die Integrabilitätsbedingungen fordern nun, daß jede dieser 3-Formen über jeden instantanen Raum integrierbar sein muß. Besonders wichtig ist die Energie (relativ zu einem Inertialsystem), dafür ergibt sich das Raumintegral

$$\mathcal{E} = \int d^3x \frac{\epsilon_0}{2}\{\vec{E}^2 + c^2\vec{B}^2 + \kappa^2\vec{V}^2 + \kappa^2 V^0 V^0\}$$

Da der Integrand positiv definit ist, muß jeder einzelne Term integrabel sein.

Damit ist die gesamte Theorie durch ihre Grundgesetze definiert. Im Rahmen der Vorlesung und der zugehörigen Übungen werden die wichtigsten Anwendungen exemplarisch behandelt. Dabei ist ein gewisser Fundus an mathematischen Methoden notwendig. Diese wurden zum größten Teil in den vorangehenden Vorlesungen mit Übungen vermittelt; notwendige Repetitorien werden gerne angeboten.

Testfragen zur Elektro-Foto-Dynamik (23. Nov. 98/Ro)

Diese Aufgaben dienen der Erhebung Ihrer Vorkenntnisse. Geben Sie zu jeder Zeile des folgenden Textes eine kurze Erläuterung (das Beste, das Ihnen dazu einfällt.)

1) Elektrische Ladung

2) Coulombkraft

3) $\vec{f} = q\vec{E}; \qquad rot\vec{E} = 0, \quad div\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$

4) $\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\frac{x^k}{r^3}\partial_k$

5) Elektrischer Strom

6) Eine Magnetnadel ist ein stromhaltiger Körper

7) Amperekraft (Kraft 2-er Ströme aufeinander)

8) $\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}; \qquad div\vec{B} = 0, \quad rot\vec{B} = \mu_0\vec{j},$

9) $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\frac{-y}{r}\partial_x + \frac{x}{r}\partial_y), \qquad$ wobei $\quad r := \sqrt{x^2+y^2}$

10) $c := 2,99792458.10^8 m.sec^{-1}$ (exakt!), $\quad \mu_0 := 4\pi 10^{-7} V sec A^{-1} m^{-1}$, $1/\epsilon_0 := \mu_0 c^2$

Formulieren Sie in Worten den wesentlichen Inhalt der folgenden Gleichung:

11) $rot\vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = 0 \qquad$ (Faraday 1832)

---

12) "War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb? "

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + div\vec{j} = 0; \tag{2.2}$$

$$div\vec{B} = 0, \quad rot\vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = 0 \tag{2.3}$$

$$div\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho, \quad rot\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} = \mu_0\vec{j} \tag{2.4}$$

Aufgaben zur Elektro-Foto-Dynamik (8.12.98)

Coulombische Zustände der Fotomaterie

(elektrostatische Felder).

1) Das Monopolfeld einer geladenen Kugel

Das elektrische Feld $\vec{E}$ sei gegeben als

$$\vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot g^{'}(r)\partial_r, \quad \text{mit dem lokalen Vektorfeld} \quad \partial_r := \frac{x^k}{r}\partial_k \tag{2.5}$$

wobei die Funktion $g(r)$ gegeben ist als

$$g(r) = (\frac{3}{2a} - \frac{r^2}{2a^3}) \mid \frac{1}{r} \quad \text{für} \quad 0 \leq r \leq a \mid r \geq a \tag{2.6}$$

Zeigen Sie:

$$rot\vec{E} = 0, \quad div\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{3Q}{4\pi a^3}\theta(a-r) \tag{2.7}$$

Berechnen Sie die Fotoenergie $\mathcal{E}_{Foto}$ dieses Zustandes. Anwendung auf das Elektron: Setzen Sie den Ladungsradius des Elektrons gleich seiner Comptonwellenlänge und zeigen Sie, daß dann die Fotoenergie weniger als 1 Prozent der gesamten Ruhenergie mc^2 ausmacht.

2) Das Fotofeld eines Wasserstoffatoms im Grundzustand.

Das Fotofeld eines Wasserstoffatoms im Grundzustand (d.h. eines Punkt-Protons, das von einer elektronischen Ladungswolke im Sinne der ursprünglichen Auffassung SCHRÖDINGERs umgeben ist) lautet

$$V^0(x^k) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\{\frac{1}{r} + \frac{1}{2a}\}e^{-\frac{r}{a}} \tag{2.8}$$

Berechnen Sie die zugehörige Ladungsdichte $\rho(x^k)$; und das elektrische Feld $\vec{E}$.

3) Ein Dipolfeld: Modell für ein $Na - Cl$ Molekül.

Das Molekül ist neutral, besitzt aber ein elektrisches Dipolmoment p. Die Ladungsdichte sei modellhaft angenommen als

$$\rho(x^k) = \frac{15p}{4\pi a^4} \cdot \frac{z}{a}\,\theta(a-r) \tag{2.9}$$

Berechnen Sie die Ladung Q und den elektrischen Dipolmomentvektor p^k dieser Ladungsdichte. Zeigen Sie, daß das an diese Ladungsdichte gebundene Fotofeld (Potentialfeld) lautet:

$$V^0(x^k) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \cdot [(\frac{5}{2} - \frac{3r^2}{2a^2})\frac{z}{a^3} \mid \frac{z}{r^3}], \quad \text{für} \quad r \leq a \mid r \geq a \tag{2.10}$$

Berechnen Sie das zugehörige elektrische Feld $\vec{E}$ im Außenraum:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3}[3\frac{\vec{p}\cdot\vec{x}}{r}\frac{x^k}{r}\partial_k - p^k\partial_k], \quad \text{für} \quad r \geq a \tag{2.11}$$

und zeichnen Sie eine Feldlinienskizze dieses Vektorfeldes.

Gebundene Fotomaterie in ampereischen Zuständen

4.) Magnetostatisches Fotofeld eines geraden Drahtes.

Sei (t, x, y, z) eine **minkowskische Karte** der Zeit-Raum-Mannigfaltigkeit M. Ein Fotofeld A (Vektorpotential) sei gegeben durch den Kartenausdruck:

$$A^z(t, x, y, z) = \frac{\mu_0 c}{2\pi}\ I\ h(r) \qquad \text{wobei} \quad r := \sqrt{(x^2 + y^2)} \tag{2.12}$$

mit der Funktion

$$h(r) = ln\frac{R}{a} + \frac{1}{2} - \frac{r^2}{2a^2}\ \mid ln\frac{R}{r}, \qquad \text{für} \quad 0 \leq r \leq a \mid a \leq r \tag{2.13}$$

Alle übrigen Komponenten von A sind null. Die Konstante a ist der Radius des Drahtes, I der Strom im Draht. R ist eine beliebige Konstante $R \gg a$, die wegen der unrealistischen Annahme eines ∞ langen geraden Drahtes nötig ist.

Berechnen Sie das Magnetfeld $c\vec{B} = rot\vec{A}$ und die Stromdichte $\vec{j}$. Das Magnetfeld hat die Form

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ \frac{I}{a}\ b(r)\ \vec{e}_\varphi \qquad \text{mit dem Vektorfeld} \ \ \vec{e}_\varphi := -\frac{y}{r}\partial_x + \frac{x}{r}\partial_y \tag{2.14}$$

Zeichnen Sie eine Feldlinienskizze der Vektorfelder $\vec{A}$, $\vec{j}$, $\vec{B}$.

5.) Das Magnetfeld einer langen Spule.

Das Problem ist zylindersymmetrisch, r und $\vec{e}_\varphi$ sind definiert wie in Aufg. 4.)

Das Fotofeld, das an die Stromdichte der Spule gebunden ist, hat die Form

$$\vec{A} = \mu_0 c\frac{I}{L}\ h(r)\ \vec{e}_\varphi \quad \text{mit der Funktion} \tag{2.15}$$

$$h(r) = \frac{r}{2}\ \mid\ \frac{b}{b-a}\frac{r}{2} - \frac{a}{b-a}\frac{a^2}{6r} - \frac{1}{3}\frac{r^2}{b-a}\ \mid\ \frac{b^2+ab+a^2}{6r} \qquad \text{für} \tag{2.16}$$

$$0 \leq r \leq a \ \mid\ a \leq r \leq b \ \mid\ b \leq r \tag{2.17}$$

Die Konstante $\frac{I}{L}$ bedeutet den Strom pro Länge L der Spule (Strom im Wicklungsdraht mal Anzahl der Windungen pro meter); a ist der innere, b der äußere Spulenradius.

Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$ und die Stromdichte $\vec{j}$. Zeichnen Sie Skizzen der auftretenden Funktionen.

Was ist der BOHM - AHARONOV- Effekt?

6.) Das statische Fotofeld eines magnetischen Dipols (Neutron).

Das Fotofeld das an die Stromdichte einer Magnetnadel gebunden ist, ist von der Form:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 c}{4\pi}\ \frac{m}{a^2}\ h(r)\ (\frac{-y}{r}\partial_x + \frac{x}{r}\partial_y) \qquad \text{wobei} \quad r := \sqrt{(}x^2+y^2+z^2) \tag{2.18}$$

Die Funktion $h(r)$ sei gegeben als

$$h(r) = \frac{r}{2a}(5 - \frac{3r^2}{a^2}) \ \mid\ \frac{a^2}{r^2} \quad \text{für} \quad 0 \le r \le a \ \mid\ a \le r \tag{2.19}$$

Die Konstante a ist der Radius des "Neutrons", in dessen Innerem die Stromdichte $\vec{j}$ lokalisiert ist. Die Konstante m ist das magnetische Dipolmoment der Stromdichte $\vec{j}$; allgemein ist der Vektor des magnetischen Dipolmoments definiert als

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int d^3x\ \ \vec{x} \times \vec{j}(\vec{x}) \tag{2.20}$$

Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$, das Stromdichtefeld $\vec{j}$ und die Fotoenergie

$$E_{foto} = \int d^3x\ \ \frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2 \tag{2.21}$$

Zeichnen Sie Feldlinienbilder für die Vektorfelder $\vec{j}, \vec{A}$ und $\vec{B}$.

Freie Fotomaterie.

7.) Eine lineare Antenne strahlt Fotowellen aus.

Sei (t,x,y,z) eine minkowskische Karte der Zeit-Raum-Mannigfaltigkeit M. Ein Fotofeld A (Viererpotential) sei im Außenraum $r > R$ gegeben durch die Kartenausdrücke:

$A^0(t,x^k) = -\frac{\partial}{\partial z}P(t,x^k), \qquad A^z(t,x^k) = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}P(t,x^k), \qquad A^x = A^y = 0$

wobei die Funktion $P(t,x^k)$ gegeben ist als

$$P(t,x,y,z) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r}\int dk\ a(k)\ sin(\omega t - kr), \quad \text{mit} \quad r := \sqrt{(}x^2+y^2+z^2)$$

Die Funktion $a(k)$ heißt Spektralfunktion, sie ist durch die detaillierte Funktion der Antenne bestimmt; in jedem Fall ist eine realistische Fotowelle als Superposition eines Spektralbereiches (Frequenzbereiches: $\omega = ck$) darzustellen, da monofrequente Lösungen der Fotofeldgleichungen unendlich viel Energie enthielten und daher unphysikalisch sind.

a) Zeigen Sie, daß die angegebenen Feldkomponenten für $r > R$
die quellenfreien Fotofeldgleichungen erfüllen:

$\Box A^a(t,x^k) = 0, \quad \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}A^0(t,x^k) + \frac{\partial}{\partial x^i}A^i(t,x^k) = 0$

b) Zeigen Sie:

$$A^z(t,x^k) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r}\int dk\ a(k)\frac{\omega}{c}\ cos(\omega t - kr) \tag{2.22}$$

$$A^0(t,x^k) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r}\frac{z}{r}\int dk\; a(k)k\;[cos(\omega t - kr) + \frac{1}{kr}sin(\omega t - kr)] \qquad (2.23)$$

In der Fernzone $kr > 10^3$ d.h. $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$ können Terme $\frac{1}{kr}$ vernachlässigt werden. (z.B. hat man im UkW - Bereich: $\lambda \doteq 6m, r > 1km$ d.h. $\frac{1}{kr} < 10^{-3}$).

c) Berechnen Sie die Felder $\vec{E}, \vec{B}$ in der Fernzone. Lösung:

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r}sin\vartheta \int dk\; a(k)k^2\; sin(kr - \omega t)\;\; \vec{e}_\vartheta \qquad (2.24)$$

$$c\vec{B} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r}sin\vartheta \int dk\; a(k)k^2\; sin(kr - \omega t)\;\; \vec{e}_\varphi \qquad (2.25)$$

Das $\vec{E}$-Feld und das $c\vec{B}$-Feld sind also in Phase, stehen aufeinander senkrecht und haben den gleichen Betrag.

Sei nun die Spektralfunktion gewählt als

$a(k) = \frac{1}{\Delta}\frac{k_0^2}{k^2}$ für $k_0 - \frac{\Delta}{2} < k < k_0 + \frac{\Delta}{2}$, $a(k) = 0$ sonst.

d) Berechnen Sie damit die Vektorfelder $\vec{E}, \vec{B}, \vec{S}$, und die im Periodenmittel ausgestrahlte Fotoenergie.

Lösung:

$$\vec{E} = \frac{pk_0^2}{4\pi\epsilon_0 r}\; sin\vartheta\, f(r - ct)\;\; \vec{e}_\vartheta \qquad (2.26)$$

$$c\vec{B} = \frac{pk_0^2}{4\pi\epsilon_0 r}\; sin\vartheta\, f(r - ct)\;\; \vec{e}_\varphi \qquad (2.27)$$

mit der Funktion

$$f(r - ct) = [\frac{sin\frac{\Delta}{2}(r - ct)}{\frac{\Delta}{2}(r - ct)}]\; sink_0(r - ct) \qquad (2.28)$$

Es läuft also eine Kugelwelle mit der Dicke $\Delta r \doteq \frac{1}{\Delta}$ nach außen. Das Vektorfeld der Fotoenergieströmung ergibt sich als

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0 c}|\vec{E}||c\vec{B}|\;\; \vec{e}_r \qquad (2.29)$$

die Fotoenergie strömt nach außen (auslaufende Kugelwelle). Die Fotoenergie wird nicht in alle Richtungen mit gleicher Intensität ausgestrahlt, die ausgestrahlte Leistung ist proportional $sin^2\vartheta$ (elektrische Dipolstrahlung). Die während einer Periode $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$ insgesamt ausgestrahlte Fotoenergie ergibt sich als

$$P = \frac{1}{3}\;\frac{p^2k^2}{4\pi\epsilon_0}\; k\,\omega \qquad (2.30)$$

Mit der Annahme, daß ein Wasserstoffatom Licht dadurch ausstrahlt, daß ein Elektron mit der Frequenz ν linear schwingt mit einer Amplitude von $a =$

$10^{-10}m$ ($p = ea$), und zwar solange, bis gerade die Energie eines Photons $\hbar\omega$ abgegeben ist, kann man mit obigem Ausdruck die Schwingungsdauer zu etwa $10^{-8}sec$ berechnen (Lebensdauer eines angeregten Atoms).

8.) Interferenz von Fotowellen.

Betrachten Sie die Superposition von 2 Fotowellen des obigen Typs. Die beiden Antennen seien im Abstand d parallel zueinander angebracht und schwingen gleichphasig. Experimentell kann man diese Anordnung durch einen Spalt in einem Schirm realisieren.

In welchen Richtungen ergeben sich Maxima der Fotoenergie?