Die Propensitäts-Interpretation der Wahrscheinlichkeit

Eine Vorlesung “von“ K. R. Popper (1957)

Der wissenschaftliche Begriff einer Wahrscheinlichkeit ist schwierig und wird in der Praxis sehr verschwommen gebraucht. Die klare und einwandfreie Interpretation von Wahrscheinlichkeiten ist grundlegend für jede probabilistische Theorie (insbesondere für die Quantentheorie). Jede subjektivistische Interpretation, in der “Information“ eines “Beobachters“ oder gar die Einmischung eines Subjekts eine Rolle spielt, wird von uns abgelehnt.

Die Idee einer statistischen Interpretation von Wahrscheinlichkeiten ist korrekt, muss aber ergänzt werden zu einer (von Popper so genannten)
Propensitäts-Interpretation.

Zur Erklärung der Propensitäts-Interpretation gehen wir von den folgenden Betrachtungen aus:

a) Experiment A: Ein Würfel sei so präpariert, dass in langen Folgen von Würfen in ca. $\frac{1}{4}$ der Fälle das Ereignis “6 oben“ auftritt. Wir sagen: Beim Experiment A ist die **Wahrscheinlichkeit für den Auftritt des Ereignisses** “6“ $\frac{1}{4}$; wir schreiben das kurz: $w_A(6) = \frac{1}{4}$.

b) Experiment B: Der Würfel sei nun anders präpariert, so, dass in langen Folgen in ca. $\frac{1}{6}$ der Fälle das Ereignis “6 oben“ auftritt. Wir sagen, dass beim Experiment B die Wahrscheinlichkeit für den Auftritt des Ereignisses “6“ $\frac{1}{6}$ ist; kurz $w_B(6) = \frac{1}{6}$.

Die **statistische Interpretation** von Wahrscheinlichkeit ist folgende: Die Aussage $w_A(6) = \frac{1}{4}$ bedeutet: Die Wahrscheinlichkeit ist die relative Häufigkeit auf lange Sicht (und nichts sonst).

Wir fragen nun aber nach der **Wahrscheinlichkeit eines definitiven, einzelnen Ereignisses**, wir fragen also, was es bedeutet, wenn wir sagen: Beim Experiment A ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim nächsten Wurf das definitive Ereignis “6“ auftritt, $\frac{1}{4}$. Vom Standpunkt der statistischen Interpretation kann das nur eines bedeuten: “der nächste Wurf ist ein Glied einer Folge von Würfen, und die relative Häufigkeit innerhalb dieser Folge ist $\frac{1}{4}$. Eine analoge Aussage gilt für das Experiment B, dafür ist die relative Häufigkeit $\frac{1}{6}$.

Wir sehen also ein: Wenn wir Folgen Wahrscheinlichkeiten zuschreiben, beachten wir die **Bedingungen**, unter denen die Folge zustande kommt als entscheidend. Wenn wir annehmen, dass eine Folge von Würfen beim Experiment A sich von einer Folge von Würfen beim Experiment B unterscheidet, schreiben wir die Wahrscheinlichkeit den experimentellen Bedingungen zu. Das heisst aber: Selbst wenn man sagen kann, dass Wahrscheinlichkeiten Häufigkeiten sind, nehmen wir an, dass diese Häufigkeiten von der experimentellen Anordnung abhängen; **Wahrscheinlichkeiten sind also ein relationales Merkmal der experimentellen Anordnung**.

Damit kommen wir zu einer neuen Fassung der objektivistischen Interpretation; die **Propensitäts-Interpretation** lautet wie folgt:

Jede experimentelle Anordnung kann eine Folge von Ereignissen mit Häufigkeiten hervorbringen, die von dieser bestimmten experimentellen Anordnung abhängen, wenn wir das Experiment sehr oft wiederholen. Diese virtuellen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten bezeichnet. Aber da die Wahrscheinlichkeiten sich als abhängig von der experimentellen Anordnung erweisen, muss man sie als Merkmale dieser Anordnung betrachten. Sie charakterisieren die Neigung (Propensität) der experimentellen Anordnung, bestimmte typische Häufigkeiten von Ereignissen zu verursachen, wenn das Experiment oft wiederholt wird.

Die Propensitäts-Interpretation der Wahrscheinlichkeit unterscheidet sich von der statistischen (reinen Häufigkeits-) Interpretation dadurch, dass sie die Wahrscheinlichkeit als charakteristisches Merkmal einer experimentellen Anordnung betrachtet, und nicht als ein Merkmal der Folge.

Die Hauptsache dabei ist, dass wir jetzt die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses eines einzelnen Experiments in bezug auf seine Bedingungen für grundlegend halten und nicht die Häufigkeit von Ergebnissen in einer Experimentierfolge. Natürlich müssen wir, wenn wir eine Wahrscheinlichkeitsaussage **überprüfen** wollen, eine experimentelle Folge überprüfen. Aber jetzt ist die Wahrscheinlichkeitsaussage nicht eine Aussage über diese Folge: sie ist eine Aussage über bestimmte Merkmale der experimentellen Bedingungen.

Mathematisch ist dies eine maßtheoretische Beschreibung:

Einer bestimmten experimentellen Anordnung ist ein bestimmter **Ereignisraum** zugeordnet, auf dem die zugehörige Propensitätsverteilung allen möglichen Ergebnissen des Experiments Gewichte zuschreibt.

Im obigen Beispiel eines Würfels hat man nur 1 Ereignisraum, er besteht aus 6 diskreten Punkten, entsprechend den 6 möglichen Ereignissen

"1 oben", "2 oben", "3 oben" "4 oben ", "5 oben", "6 oben". Jede bestimmte experimentelle Anordnung, [bestehend aus der spezifischen Präparation des Würfels (Zustand des Objekts) und der Tischoberfläche, auf der gewürfelt wird (gewählte "Messapparatur")], definiert ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf dem (zugehörigen) Ereignisraum. Zum Experiment A gehören die Wahrscheinlichkeiten:

$w_A(1), w_A(2), w_A(3), w_A(4), w_A(5), w_A(6),$ die in Summe natürlich 1 ergeben müssen. Analoges gilt für das Experiment B; etc. für alle möglichen Experimente.

Es sei betont, dass Propensitäten nicht nur ebenso objektiv sind wie die experimentellen Anordnungen (die natürlich gar nicht von einem Menschen, einem Experimentator erstellt werden müssen), sondern auch physikalisch wirklich -im gleichen Sinne, wie Kräfte physikalisch wirklich sind. Trotzdem sind sie keine materiellen Objekte in der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit. Die Physiker sind es gewöhnt, dass so abstrakte Dinge wie Wahrscheinlichkeitsmaße einen sehr realen Einfluss auf die physikalischen Vorgänge haben und insofern etwas physisch Wirkliches sind.

Auch die "Nichtlokalität" von relationalen Tatsachen ist akzeptabel: Wir wissen, dass die Tatsache, dass die Massen der Planeten sehr viel kleiner sind als die Masse der Sonne, eine erhebliche Auswirkung auf die Dynamik des Sonnensystems hat (sie ist eine "Ursache" für die Stabilität des Sonnensystems); wir akzeptieren dies als eine abstrakte relationale Tatsache, die keinem Planeten, keinem einzelnen Objekt zugeschrieben werden kann und die doch ein erhebliches relationales Merkmal des ganzen Sonnensystems ist.

Aristoteles legte Propensitäten als Potentialitäten in die Dinge. Die Newtonische Mechanik war die erste relationale Theorie physikalischer Dispositionen. Trotzdem hat kein Physiker Probleme mit der Mechanik. Könnte es sein, dass die meisten Probleme, die mit der Interpretation der Quantentheorie einhergehen, nur Scheinprobleme sind?

Das Spezifische der Quantentheorie

Die Quantenmechanik ist eine probabilistische Theorie für Punkt-Teilchen (materielle Objekte ohne räumliche Ausdehnung). Betrachten wir speziell das System "1 Elektron" unter Einwirkung einer elektromagnetischen Kraft (dieses spielt hier also die Rolle des Würfels). Der Zustand dieses Quantensystems wird mathematisch beschrieben durch den Zustandsvektor ψ (genauer: den Zustandsoperator $W = P_\psi$) im Hilbertraum $L^2(\mathbb{R}^3)$, der diesem Quantensystem zugeordnet ist. Der Zustandsvektor beschreibt vollständig alle kinematischen Eigenschaften des Systems "1 Elektron" zur vorliegenden Zeit; er bestimmt eindeutig die Auftritts-Propensitäten auf allen möglichen **Ereignisräumen** zu dieser Zeit.

Im Unterschied zur "Statistischen" Mechanik, in der es nur 1 Ereignisraum gibt, den 6-dimensionalen Phasenraum, gibt es in der Quantenmechanik unendlich viele verschiedene Ereignisräume: jeder komplette Observablensatz $KOS(A_i)$ des Systems " 1 Elektron" definiert den zugehörigen Ereignisraum. Ein definitives maximales Ereignis ist mathematisch charakterisiert durch einen 1-dimensionalen Projektor $P_{(a_i)}$ im Hilbertraum des Systems "1 Elektron". Einer bestimmten experimentellen Anordnung im obigen Sinne (W, A_i) ist einerseits die bestimmte Präparation des Elektrons (sein Zustand W) zugeordnet, andererseits der bestimmte KOS(A_i) , der die "Messapparatur" charakterisiert. Die "Messapparatur" ist ein makroskopisches, hochkomplexes (Quanten? -) System, das sicher nicht durch den KOS(A_i) vollständig beschrieben werden kann. Ein KOS(A_i) beschreibt also nur eine Möglichkeit, in der das einfache System "1 Elektron" als Ereignis auftreten kann. Die "Messapparatur" muß also so gestaltet sein, dass der Auftritt der zum KOS(A_i) gehörigen Ereignisse realisiert werden kann; sie definiert also eine Bühne, auf der das Elektron **auftreten** kann.

Die **Wahrscheinlichkeit für den Auftritt des Ereignisses** (a_i) beim Zustand W ist gegeben durch:

$$w_W(a_i) = Sp\, W\; P_{(a_i)}$$

wobei (a_i) den Satz der Eigenwerte bedeutet, der das "Messereignis" charakterisiert. Die entsprechende Formulierung für den Fall kontinuierlicher Spektren der Observablen des KOS ist eine rein mathematische Aufgabe, statt Summen treten Integrale auf.

Am einfachsten lassen sich alle für die Quantenmechanik typischen Aussagen am Beispiel des Spin $\frac{1}{2}$ Systems demonstrieren. Der Hilbertraum ist nur 2 - dimensional; die Menge der KOS entspricht der Sphäre S^2, ein bestimmter KOS kann durch einen Einheitsvektor $\vec{n}$ beschrieben werden: $A_n = \vec{n}\vec{S}$.

Es sei betont, dass es keinen "Dualismus von Teilchen und Wellen" gibt.

Das Elektron ist ein (Punkt-) Teilchen, aber das zugehörige Propensitäten - Potential, der Zustands-Vektor ψ, entwickelt sich während **ereignisloser** Perioden nach einer Wellengleichung, der Schrödinger-Gleichung. Diese enthält die sogenannte Dynamik des Systems (die einwirkenden Kräfte).

Zustandsreduktion - Quantensprung

Was viele Physiker an der Quantentheorie wirklich beunruhigt, ist das **nicht kausale Auftreten eines bestimmten Ereignisses** und der sogenannte Quantensprung, den das Auftreten eines Ereignisses nach sich zieht. Nach der othodoxen Lehre (von Neumann) gilt das

“Messaxiom“: Nach dem Auftritt des bestimmten Ereignisses $P_{(a_i)}$ hat das System den Zustand $\tilde{W}$, wobei

$$\tilde{W} = P_{(a_i)}\; W\; P_{(a_i)} / Sp\; W\; P_{(a_i)}$$

Der vor dem Ereignis bestehende Zustand W hat sich “sprunghaft“ in den den Zustand $\tilde{W}$ geändert. Diese sprunghafte Änderung des Zustandes wird Quantensprung oder Zustandsreduktion genannt. Das “Messaxiom“ in dieser Form garantiert, dass die Propensitäten im Zustand $\tilde{W}$ besagen, dass bei (unmittelbarem) Auftritt eines Ereignisses des vorliegenden KOS(A_i) , das eben stattgefundene Ereignis mit Sicherheit auftreten müsste, alle übrigen die Wahrscheinlichkeit 0 haben.

Man sieht, dass das Problem der “Zustandsreduktion“ in jeder probabilistischen Theorie vorhanden ist. Es stellt sich ja immer die Frage: **wie werden die Propensitäten neu verteilt durch den Auftritt eines Ereignisses** (durch den Übergang des Systems von der Potentialität in die Aktualität)? Eine Aufeianderfolge von (definitiven) Ereignissen, also von “Quantensprüngen“, entspricht dem, was wir eine Geschichte nennen. Geschichten sind es also, die in unserer Alltagserfahrung die entscheidende Rolle spielen. Deshalb stellte J. Bell einmal die Frage: “Is there jumping all the time? “

Ein ernstes Problem jeder probabilistischen Theorie ist also die Frage: Was geschieht eigentlich beim Auftritt eines Ereignisses? Es geschieht dabei offensichtlich eine Wechselwirkung zwischen dem betrachteten Objekt (Elektron) und einem anderen Objekt der physikalischen Realität, der “Messapparatur“. Wenn die Quantenmechanik eine vollständige Theorie wäre, müsste auch jede "Messaparatur" als ein quantenmechanisches System beschrieben werden können. Man hätte also insgesamt ein zusammengesetztes, wohl sehr komplexes, aber immerhin ein Quantensystem vor sich, das sich entsprechend seiner inneren Wechselwirkung (Gesamt - Hamiltonoperator H) kausal zeitlich entwickelt. Wie kann man da sagen: zu dem bestimmten Zeitpunkt t_1 tritt in dem System ein bestimmtes "Ereignis" auf. Am Beispiel des α- Zerfalls eines Atomkernes: Wann ist das Zerfallsereignis eingetreten?

Es gibt daher Physiker, die meinen, dass die Axiome der Quantenmechanik logisch nur bestehen können, wenn mann annimmt, dass "Messaparate" nicht als Quantensysteme beschrieben werden können; (dass man also gezwungen ist, diese nach der klassischen Physik, mit "Alltagsbegriffen" zu beschreiben). Das ist aber sehr unbefriedigend. Immer mehr Physiker vertreten heute die Ansicht, dass die Quantentheorie eine umfassende, vollständige Beschreibung aller Objekte ist. Die annähernde Gültigkeit der quasideterministischen Beschreibung von Makroobjekten (quasiklassischer Bereich) wird immer besser verstanden als Folge eines Mechanismus, der als Dekohärenz bezeichnet wird. (Siehe die grundlegenden Arbeiten von D. Zeh, E. Joos, W. Zurek, etc....)

Es gibt noch viele offene Fragen!

Literatur:

Karl Popper Lesebuch, UTB 2000, Mohr, Siebeck, S.185 ff.

Giulini et. al. Decoherence and ...