

Die perfekte Welle. Erwin Schrödinger *On Zitterbewegung*

Begleittext zu

Faksimiles aus dem Brenner-Archiv (14)

Herausgegeben von Annette Steinsiek und Ursula A. Schneider

Forschungsinstitut Brenner-Archiv der Universität Innsbruck, Innsbruck 2019

www.uibk.ac.at/brenner-archiv



Foto: ©Gebhard Grübl

Die perfekte Welle. Erwin Schrödinger *On Zitterbewegung*

Die handschriftliche, wissenschaftliche Abhandlung gehört zu jenem Teilnachlass von Erwin Schrödinger (1887-1961), der sich seit 2017 als Leihgabe im Brenner-Archiv der Universität Innsbruck befindet. Da in diesem undatierten Aufsatz eine Publikation aus dem Jahr 1958 zitiert ist, muss Schrödinger ihn während der letzten zwei bis drei Jahre vor seinem Ableben am 4. Jänner 1961 verfasst haben; vielleicht in seinem Ferienhaus im damals abgeschiedenen Tiroler Bergdorf Alpbach, wo er Linderung für seine gesundheitlichen Probleme suchte. (Erst im Mai 1960 wurde Tuberkulose diagnostiziert [8, S. 9].) Schrödingers Text trägt den Titel *On Zitterbewegung*. Die Schrödingerbibliographie der österreichischen Zentralbibliothek für Physik [9] enthält keinen Eintrag mit diesem Titel, sodass der gegenständliche Aufsatz allem Anschein nach unveröffentlicht geblieben ist (siehe auch [6]). Auf diese Zitterbewegung hochenergetischer, von Kräften unbeeinflusster Teilchen hatte Schrödinger in einer 1930 erschienenen Arbeit als Erster hingewiesen. In dieser Arbeit ging es um eine damals ganz neue Bewegungsgleichung für Materiewellen, die vom englischen Physiker Paul Dirac entdeckt worden war. Diracs Gleichung drohte Schrödingers eigene Version einer solchen Wellengleichung in den Schatten zu stellen. Doch die von Schrödinger bemerkte Zitterbewegung erschien auch schon 1930 als Naturerscheinung äußerst unplausibel. Erhebliche Zweifel an der Tauglichkeit von Diracs Wellengleichung zum Naturgesetz waren die Folge und führten schließlich zu einem radikalen Umbau der Quantentheorie. Schrödinger hingegen gibt Diracs ursprünglich vorgeschlagene Theorie nicht so schnell auf. Er versucht vielmehr im gegenständlichen Manuskript ihre Tragweite noch besser auszuloten und für eine Sicht auf die Quantenphysik nutzbar zu machen, die dem Geist seiner eigenen Wellenmechanik näherkommt, als dies die erneuerte Quantentheorie tut.

Die Ideenwelt von Schrödingers Autograph

Welchem Gegenstand wendet Schrödinger in diesen acht ganz und gar nicht zittrig, sondern gut lesbar und dicht beschriebenen Seiten seine Aufmerksamkeit zu? Welche Ideenwelt kommt in den seltsamen Formelzeilen, die den in englischer Sprache gehaltenen Text durchziehen, zum Ausdruck?

Im Fokus von Schrödingers Überlegungen steht eine von Dirac weiterentwickelte Quantendynamik, die im Gegensatz zu Schrödingers eigener Theorie versucht, eine Harmonie mit Einsteins Relativitätstheorie herzustellen. An dieser Vereinbarkeit von Quantenmechanik und Relativität war Schrödinger im Wintersemester 1925/26, trotz einer glücklichen Phase ertragreichster Aktivität, bei der Entwicklung seiner Quantendynamik gescheitert. Diese Harmonisierung hielt ihn aber, wie es scheint, bis ans Ende seines Lebens in ihrem Bann, denn er empfand weder Diracs noch einen der weiteren Harmonisierungsversuche als ausreichend. [7] Ihm schien vielmehr die von der deutschen Pop-Rock-Band *Juli* besungene *Perfekte Welle* noch nicht herangerollt zu sein.

Schrödinger versucht in seinen Aufzeichnungen, unbemerkt gebliebene logische Zusammenhänge innerhalb von Diracs *relativistischen Quantenmechanik* freizulegen, um sie für die Naturbeschreibung nutzbar zu machen. Er rührt dabei ganz wesentlich an eine Frage, die bis heute kontrovers diskutiert wird und die wohl immer noch als nicht endgültig beantwortet einzustufen ist. Es ist dies die Frage danach, wie die Lokaliertheit von Materie in einem endlichen Raumgebiet mit den Begriffen einer relativistischen Quantentheorie korrekt zu beschreiben ist. Diese Frage muss beantwortet sein, bevor feststellbar ist, ob sich irgendeine Quantenmaterie schneller als (klassisches) Licht bewegen kann. Etwas weiter gefasst ist die damit verwandte Frage, ob durch Drücken einer Taste hier und jetzt eine

Einflussnahme auf weit entfernte Materie möglich ist, sodass dieser Einfluss im weit entfernten Lokalisierungsgebiet dieser Materie nachweisbar ist, noch bevor ein Lichtsignal, das vom Tastendruck ausgelöst wurde, dieses Gebiet erreicht haben kann. (Diese Frage stellt sich beispielsweise im Zusammenhang mit einem Vorgang, der als Zustands teleportation bezeichnet wird.)

Diese Suche nach den möglichen Lokalisierungskonzepten der Quantentheorie illustriert ein merkwürdiges Eigenleben mathematisch-physikalischer Theorien. Die innere Logik ihres Formelwerkes schränkt die Freiheit bei der Anbindung einer Theorie an die Realität, die sogenannte Deutung der Theorie, erheblich ein. Es bestätigt sich, was Heinrich Hertz schon im Zusammenhang mit Maxwells Gleichungen im Bereich der Elektrizitätslehre angemerkt hatte: „One cannot escape the feeling that these mathematical formulae have an independent existence and an intelligence of their own, that they are wiser than we are, wiser even than their discoverers, that we get more out of them than was originally put into them.“ [1, S. 108]

Kann das schwierige mathematisch-physikalische Terrain, auf dem sich Schrödinger in seiner Überlegung bewegt, etwas verständlicher gemacht werden, ohne dabei spezielles Fachwissen vorauszusetzen? Es soll im Folgenden zumindest versucht werden. Dabei gehen wir nicht auf Details ein, sondern lediglich auf eine großräumige Positionierung des Terrains im wissenschaftlichen Umfeld seiner Zeit.

Schrödingers Gleichung um 1926

Erwin Schrödinger ist neben Werner Heisenberg, Pascual Jordan und Max Born einer der Schöpfer jener physikalischen Ideen, die heute als Quantenmechanik das Theoriengebäude der Physik entscheidend bestimmen. Diese Quantenmechanik hat unser Verständnis für die mikroskopische Welt während der vergangenen hundert Jahre enorm erweitert. Nicht nur die Physik der Atome bewegt sich heute zur Gänze in den Denkmustern der Quantenmechanik, sondern auch moderne Chemie und Materialwissenschaften sind von ihnen geprägt. Die Quantenmechanik nimmt auch zunehmend in Gestalt neuer Technologien Einfluss auf unseren Alltag: Magnetresonanztomographie bereichert etwa die Medizintechnik oder verschränkte Zustände werden zur abhörsicheren Datenübertragung und vielleicht auch bald zur Lösung komplexer Optimierungsprobleme eingesetzt. An Laser, LED-Beleuchtung und GPS-Ortung haben wir uns schon so gewöhnt, dass wir uns gar nicht mehr darüber wundern, was alles geht.

Die im Titel von Schrödingers Handschrift genannte *Zitterbewegung* ist ein merkwürdiges, vorläufig rein mathematisches Phänomen, das einer Quantenmechanik zuzurechnen ist, die als Weiterentwicklung der von Schrödinger geschaffenen anzusehen ist.

Schrödingers Quantenmechanik entsteht aus den Grundgleichungen der klassischen Mechanik durch klar geregelte Ersetzungsvorschriften, die als Quantisierungsvorschriften bezeichnet werden. Diese Vorschriften machen es möglich, jedem klassisch-mechanischen System aus endlich vielen Partikeln, die sich unter dem Einfluss ihrer wechselseitigen Kräfte bewegen (man kann hier an ein ins Mikroskopische geschrumpftes Planetensystem denken), eine Bewegungsgleichung zuzuordnen, welche die zeitliche Entwicklung einer raumfüllenden Welle, der sogenannten *Wellenfunktion*, festlegt. Diese Gleichung und auch die Wellenfunktion, von der die Gleichung als der großen Unbekannten handelt, tragen seit 1926 Schrödingers Namen. Die raumfüllende Welle, die Wellenfunktion also, ordnet jeder Möglichkeit, die Systemteilchen im Raum zu platzieren, also jeder Teilchenkonfigurati-

on, (im einfachsten Fall) zwei reelle Zahlen bzw. einen Punkt in einer Ebene zu. Das zugewiesene Zahlenpaar ändert sich von Konfiguration zu Konfiguration. Welcher Konfiguration welches Zahlenpaar zugeordnet ist, das ändert sich zudem im Lauf der Zeit. Und wie diese zeitliche Änderung sich vollzieht, das regelt Schrödingers Gleichung. Eine solche Wellenfunktion, welche Schrödingers Wellengleichung erfüllt, wird als eine Lösung der Wellengleichung bezeichnet.

Die Wellenfunktion trägt alles, was in einem mikroskopischen System der Fall ist, in sich. Was in einem Mikrosystem überhaupt der Fall sein kann, das gibt durchaus Anlass zu interessanten Überlegungen, braucht hier aber nicht weiter erörtert zu werden.

Wer immer sich heute auf Physik professionell einlässt, lernt Schrödingers Quantenmechanik¹ kennen. Deren entscheidende Leistung lag in der quantitativ sehr genauen Erklärung der möglichen Schwingungsfrequenzen von Atomen und damit der Wellenlängen jenes Lichtes, das von Atomen ausgesandt oder absorbiert wird. Es war – etwas verkürzt gesagt – der Erfolg bei der Erklärung der Farbe des Lichtes, das von Leuchtstoffröhren ausgeht, welcher der Quantisierungsrevolution Reputation und Rechtfertigung verschaffte. Die Quantisierung etablierte eine mathematische Analogie zwischen den Schwingungsfrequenzen eines Atoms und jener einer Gitarrensaite. Dadurch erscheinen in der Quantentheorie manche physikalischen Größen der klassischen Vorläufertheorie wie aus winzigen, aber von Null verschiedenen, fest portionierten Elementareinheiten, aus sogenannten Quanten, zusammengesetzt.

Die Quantisierungsvorschrift sorgt auch für gewisse Parallelen zwischen den Formeln des ursprünglichen, klassisch-mechanischen Systems und jenen des quantisierten Systems. Derartige Parallelität erzeugt Analogien zwischen den Verhaltensweisen der beiden Systeme. (Die klassische Mechanik beschreibt ausreichend korrekt jene Naturerscheinungen, die wir mit unserem groben Sensorium auf makroskopischer Ebene beobachten können. Sie versagt allerdings völlig beim Versuch, das Verhalten und die Eigenschaften von Atomen zu erklären.) Dennoch ist der quanten-klassische Parallelismus viel weniger direkt als zunächst erhofft und erwartet. So spielen etwa in Schrödingers Gleichung Teilchenbahnen keinerlei Rolle, sodass manch naheliegende Frage aus dem Bereich der klassischen Mechanik sinnlos wird.

Diracs Gleichung als Ersatz für jene Schrödingers?

Der 1887 in Wien geborene Schrödinger erhielt für seine in den Jahren 1925 und 1926 an der Universität Zürich entwickelte Quantisierungsrezeptur im Jahr 1933 zusammen mit dem um 15 Jahre jüngeren Paul A. M. Dirac den Nobelpreis für Physik. Dirac hatte Schrödingers Quantisierungsideen, die sich auf die klassische Mechanik nach Newtons Zuschnitt beziehen, auf mechanische Systeme ausgeweitet, welche der Vorstellungswelt von Einsteins Relativitätstheorie entnommen sind. Dies gelang Dirac bereits im Jahr 1928, also unmittelbar folgend auf Schrödingers Publikationswelle von Arbeiten, welche unter dem Titel *Quantisierung als Eigenwertproblem* erschienen waren. Dirac titelte trocken und knapp: *The Quantum Theory of the Electron*, da Elektronen damals als einzige Teilchen mit so hohen Geschwindigkeiten durch ein Labor gejagt werden konnten, dass relativistische Effekte zu

¹ Schrödinger bezeichnete seine Theorie zunächst als Wellenmechanik. Erst als er aufgedeckt hatte, dass diese der Quantenmechanik von Heisenberg, Born und Jordan mathematisch äquivalent ist, setzte sich die einheitliche Bezeichnung Quantenmechanik durch, und die anfänglich scharfe Konkurrenz zwischen den beiden Lagern konnte ein wenig verebben.

beobachten waren. Diracs sparsame auf das Wesentliche konzentrierte Ausdrucksweise war legendär. So charakterisierte John A. Wheeler Dirac etwa als jemanden, der keinen Halbschatten wirft. [2, S. 21]

Diracs Arbeit gipfelte in einer aufsehen erregenden sogenannten relativistischen Wellengleichung. Letztere verbessert Schrödingers Gleichung im Fall eines einzelnen rasch bewegten Teilchens in folgender Hinsicht: Hat das Teilchen eine Geschwindigkeit von beispielsweise vier Fünftel des Wertes der Lichtgeschwindigkeit, dann zeigt es beim Vorbeigang an einem undurchlässigen Hindernis wellenartige Züge mit einer Wellenlänge, die sich in den beiden Theorien erheblich voneinander unterscheiden: Die Wellenlänge nach Schrödinger steht zu der nach Dirac im Verhältnis 5:3. Die in der Natur tatsächlich auftretenden Phänomene werden bei hoher Strahlgeschwindigkeit von Diracs Gleichung weitaus besser als durch jene von Schrödinger beschrieben. Der Bauplan eines Teilchenbeschleunigers oder auch nur eines Elektronenmikroskops basiert dementsprechend heute wesentlich auf Diracs Gleichung. Bei Geschwindigkeiten aber, die viel kleiner als jene des Lichtes sind, wird der Unterschied der beiden Materiebilder jedoch unmessbar klein und daher unbedeutend. Eine sofort offenkundige Schwäche von Diracs Wellengleichung war die Tatsache, dass sie nur für Einteilchensysteme wirklich funktioniert. Anders als bei Schrödingers Gleichung kann sie beispielsweise für zwei auf engen Raum zusammengepferchte Elektronen nicht formuliert werden.

Dirac und Schrödinger waren an denselben Problemkreis mit ähnlichen Ideen herangegangen, haben aber in mathematischer Hinsicht doch sehr verschiedene Ergebnisse hervorgebracht. Damit war nun klar, dass die Gemeinsamkeiten und Unterschiede in den Konsequenzen der beiden Wellengleichungen in großem Detail herausgearbeitet werden mussten. Insbesondere die Wellenlänge des Lichtes leuchtender Atome war entscheidend für eine empirisch gut begründete Entscheidung zwischen den Gleichungen von Schrödinger bzw. Dirac. Tatsächlich zeigte sich rasch, dass die Wellenlängen und Intensitäten des Lichtes, das von heißem Wasserstoffgas ausgeht, von Diracs Gleichung etwas genauer wiedergegeben werden als durch die Gleichung Schrödingers. Diese Wellenlängen werden auf den Bruchteil von einem Millionstel anstelle von „nur“ einem Tausendstel korrekt wiedergegeben. Das sind Genauigkeiten, die in den meisten anderen Wissenschaftszweigen (auch innerhalb der Physik!) als Nonsens abgetan würden, in der Atomphysik und Optik aber heute routinemäßig angestrebt und auch erreicht, ja manchmal sogar noch weit übertroffen werden.

Wolken über Diracs Gleichung treiben den Fortschritt an

Doch die Euphorie über Diracs Gleichung wurde bald auf eine harte Probe gestellt. Diracs Gleichung hatte neben den für die Physik brauchbaren Lösungen positiver Energie auch solche mit einer beliebig großen negativen Energie. Wenn letztere – wie damals üblich – beim Wort genommen würden, wäre eine der Haupterrungenschaften von Schrödingers Quantenmechanik in Frage gestellt, nämlich das Ergebnis, dass Atome einen stabilen Zustand größtmöglicher aber endlicher Bindungsenergie besitzen. Unser Verständnis der Stabilität der Materie wäre wieder verloren gegangen. Nach Diracs Gleichung müsste unsere ganze Welt umgehend in einem gigantischen Feuerball verdampfen, der jede Kernwaffenexplosion als laues „Lüfterl“ erscheinen ließe. Unsere Welt würde schlicht nicht existieren, wäre sie von Diracs Gleichung in ihrem zunächst gedachten Sinn regiert. Wolfgang Pauli war wieder einmal für ein sarkastisches Bonmot gut. Er schlug sein „zweites Ausschließungsprinzip“ vor, welches derartige Theorien mit einem Bann belegte, „... because if such a theory were true then any

theorist who wanted to expound it would be destroyed in a burst of gamma radiation before he could announce the theory.“ [2, S. 18]

Dieses mathematische Faktum und die Beobachtung, dass die Kraftwirkung eines elektrischen Feldes auf Negativenergielösungen gegengesetzt zur Kraftwirkung auf Positivenergielösungen ist, hat Dirac 1930 dazu gebracht, die Existenz von Antimaterie zu vermuten; eine Vermutung, die sich drei Jahre später mit der Entdeckung der *Positronen* bestätigte. In weiterer Folge veranlassten die Lösungen negativer Energie Dirac dazu, seine Gleichung zur bloßen Vorstufe einer korrekten Quantentheorie der Wechselwirkung von Licht und geladener Materie zurückzustufen, anstatt sie weiterhin als relativistisches Analogon von Schrödingers Gleichung aufzufassen. In dieser weiter entwickelten *zweitquantisierten* Theorie, heute wird sie als Quantenelektrodynamik bezeichnet, kommt den ursprünglich peinlich uninterpretierbaren Negativenergielösungen von Diracs Gleichung eine tragende Rolle zu. Sie beschreiben das Verhalten der erwähnten Positronen. Das sind Teilchen, die sich von den Elektronen lediglich durch das Vorzeichen ihrer elektrischen Ladung unterscheiden. Durch die zweite Quantisierung werden die negativen Energien von Diracs ursprünglichen Positronen wie von Geisterhand, aber mathematisch wohlbegründet, zu positiven Energien. Die Positronen als „antimaterielle“ Gegenstücke der Elektronen sind integraler und tragender Bestandteil der zweitquantisierten Theorie. Zudem wird plausibel, dass beim Zusammenbringen zweier Elektronen auf kleinen Raum weitere Teilchen unweigerlich erzeugt werden. Damit war der tiefere Grund für die Unmöglichkeit, Diracs Gleichung auf miteinander wechselwirkende Zweiteilchensysteme auszudehnen, erkennbar. Eine weitere Errungenschaft der Quantenelektrodynamik (QED) liegt in der Vermeidung einer (auch von Schrödinger bemängelten) Ungleichbehandlung der drei räumlichen Koordinaten gegenüber der Zeitkoordinate. Allerdings treten in der QED sowohl Raum als auch Zeitkoordinaten ganz ähnlich wie in der klassischen Physik auf, während Schrödinger ein radikaleres Abgehen vom klassischen Vorbild für nötig hielt. Raum und Zeit selbst sollten seiner Meinung nach quantisiert werden. Dieser Anspruch konnte aber bis heute nicht überzeugend realisiert werden.

Die vielleicht wichtigste aus der Quantenelektrodynamik bezogene Lektion ist die Einsicht, dass es keine unzerstörbare, ewige Materie gibt. Jedes Teilchen kann mit geeigneten Mitteln zerstört, aber auch erzeugt werden; die Antimaterie macht es möglich. Glücklicherweise ist diese aber nur eine Ausnahmerecheinung in unserem Universum.

Der Schritt der zweiten Quantisierung brachte nach der von Dirac vollzogenen relativistischen Ergänzung eine weitere Verallgemeinerung von Schrödingers Quantisierungsvorschrift. Mit ihr wurden neben den diskreten Punktsystemen der klassischen Mechanik auch Kontinuumsysteme wie das elektromagnetische Feld einer systematischen Quantisierung zugänglich. (Mathematisch gesprochen wurde die Quantisierung von gewöhnlichen Differenzialgleichungen auf partielle ausgeweitet.) Damit war die gedankliche Bühne geschaffen, auf der sich die Elementarteilchenphysik seit 1930 so beeindruckend entwickeln konnte. Eine Art zweiter Generation von Periodensystem konnte entstehen, das sogenannte *Standardmodell der Materie*. Die beiden Bausteine der Atomkerne, Proton und Neutron, konnten auf tieferliegende Konstituenten, die Quarks, zurückgeführt werden, und Elektronen bekamen Partnerteilchen, die Neutrinos, die für eine Symmetrie sorgen, welche erst die mathematische Konsistenz der Theorie ermöglicht. Ein wunderbar raffiniertes, von mathematischen Symmetrieüberlegungen stark geprägtes Bild der Materie konnte in einem intensiven Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment während der vergangenen 60 Jahre geformt werden. Und immer wieder konnte auch seit 1967 die kleine Arbeitsgruppe für experimentelle Hochenergiephysik an der Universität

Innsbruck am Bau dieses äußerst barocken und leider wegen seiner immensen Komplexität auch sehr schwer zugänglichen Gedankengebäudes mitwirken.

Auch wenn das Standardmodell selbst vorerst keine direkte technische Anwendung besitzt, so hat sich der weltweite Aufwand im Bereich der Elementarteilchenphysik dennoch zumindest indirekt für das steuerzahlende Publikum gelohnt. So nutzen etwa Abermillionen von Menschen seit circa zwanzig Jahren täglich, wenn auch meist unbewusst, den am europäischen Kernforschungszentrum CERN entwickelten Programmcode für das World Wide Web, und zwar ohne jegliche Lizenzgebühr. Ein weiteres Beispiel gibt die medizinische Radiologie. Die meisten ihrer modernen Behandlungstechniken verdankt sie der Hochenergiephysik.

Zitterbewegung

Während Dirac und Andere um 1930 die Fährte der zweiten Quantisierung verfolgen, will Schrödinger mehr über die Lösungen von Diracs Wellengleichung erfahren. Er will wissen, ob sich ähnlich wie in seiner eigenen Theorie eine Wahrscheinlichkeit dafür formulieren lässt, dass ein Elektron zu einer bestimmten Zeit in einem bestimmt gewählten Raumgebiet mithilfe eines Detektors nachzuweisen ist. Schrödinger versucht dies in weitgehender Analogie zu einer von Max Born vorgeschlagenen Lokalisierungskonzeption, welche Schrödingers Gleichung eine empirisch zutreffende raumzeitliche Deutung gab. Und Schrödinger untersucht auch gleich die Konsequenzen seiner nach Bornschem Vorbild gestrickten raumzeitlichen Deutung von Diracs Gleichung. Unter Berufung auf den Parallelismus zwischen klassischer Mechanik und Quantenmechanik berechnet er, wie sich der durchschnittliche oder mittlere Auffindungsort einer Vielzahl gleichartiger Elektronen im Lauf der Zeit verändert. (Ein leidliches, wenn auch unvollkommenes Bild für einen derartigen mittleren Auffindungsort gibt der Schwerpunkt eines Mückenschwarms.) Wie hängt das zeitliche Verhalten dieses mittleren Auffindungs- oder Detektionsorts von der Art der in Betracht gezogenen Lösung ab? Schrödinger wendet sich natürlich gleich dem problematischen Fall zu, nämlich dem einer Lösung, welche durch Addieren² einer Wellenfunktion positiver Energie zu einer Wellenfunktion negativer Energie entsteht. Einem Fall also, der für Diracs Quantenelektrodynamik eigentlich schon als bedeutungslos erkannt war. (Er ist in dieser durch eine sogenannte Superauswahlregel ausgeschlossen.)

In einer 1930 publizierten Arbeit mit dem Titel *Über die kräftefreie Bewegung in der relativistischen Quantenmechanik* stellt Schrödinger mit unüberhörbarer Verwunderung fest, dass der mittlere Detektionsort einer Summenlösung mit Anteilen sowohl positiver als auch negativer Energie sich mit einer Geschwindigkeit bewegt, die weder in ihrem Betrag noch in ihrer Richtung konstant ist. Zwar ist diese Bewegung in groben Zügen eine geradlinige Bewegung konstanter Geschwindigkeit, sie ist aber durch eine geringfügige, extrem hochfrequente Zitterbewegung gestört!³ Ein Schock für die traditionelle Deutung der Gleichung, denn eine solchermaßen ruckartig bewegte elektrische Ladung müsste ganz ähnlich wie der Elektronenstrahl in einem Röntgenapparat Gammastrahlung aussenden. Derartiges ist aber an einem isolierten Elektron nicht zu erkennen. Die Natur tickt also anders als Diracs Gleichung in ihrer naiven Deutung.

² Wellenfunktionen können so ähnlich wie Zahlen addiert werden. Der Physikjargon spricht von Überlagerung.

³ Es ist, als würde eine Murmel über spiegelglatten Untergrund ruckartig wie auf grobem Sandpapier dahinrollen.

Schrödingers Liebe zur Sprache drängte ihn immer wieder zur Bildung bleibender Termini. Die von ihm entdeckte und als solche benannte *Zitterbewegung* fand ebenso wie die *Verschränkung* von Wellenfunktionen ihren dauerhaften Platz nicht nur in der deutschsprachigen Physikkultur; ganz zu schweigen von seiner Katzengroteske, mit der er die Zustandsreduktion als *Deus ex Machina* der Kopenhagener Deutung der Quantentheorie so unvergesslich ironisierte. Schrödingers Katze hat ihren Schöpfer nun schon um fast sechs Jahrzehnte überlebt und schleicht immer noch durch nahezu jede Publikation, die sich mit den Grundlagenproblemen der Quantentheorie abmüht.

Wege aus der Krise

Jeder Person mit Erinnerung an Isaak Newtons erstes Axiom wird die Dissonanz zwischen dem zitterigen Verhalten des mittleren Ortes einer von Schrödingers diabolischen Summenlösungen und dem gleichmäßigen Verhalten des Ortes eines kräftefreien Teilchens der Mechanik, das sich immer mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, bewusst sein. Umso mehr war die physikalische Gemeinschaft von diesem Mangel an quanten-klassischer Parallelität irritiert. Nach Strategien, die unplausible Zitterbewegung zu umgehen, wurde natürlich gesucht.

Die Protagonisten der zweiten Quantisierung hatten das Problem einfach für irrelevant erklärt, da sie ja Diracs Gleichung eine andere, neue Rolle zugewiesen hatten. Den Anhängern der vertrauteren Schrödingerschen Verwendung von Diracs Gleichung hingegen schien die Beobachtung einen Ausweg zu bieten, dass die Zitterbewegung für Lösungen ohne Summanden negativer Energie verschwindet. Bei solchen Lösungen bewegt sich der mittlere Ort in Übereinstimmung mit unseren Erwartungen mit konstanter Geschwindigkeit. Daher führte man in die erstquantisierte Theorie provisorisch die Zusatzregel ein, dass nur die Positivenergielösungen von Diracs Gleichung zur Beschreibung der Wirklichkeit taugen. Damit musste aber aus sehr allgemeinen Gründen innerer Konsistenz auch Borns Ortswahrscheinlichkeit durch ein anderes Konstrukt ersetzt werden. Dies gelang 1949 den beiden Physikern T. D. Newton und E. P. Wigner mit ihrem Ortsoperator. Dessen Mittelwert bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit, also unbeschleunigt. Im Jahr 1965 zeigte G. N. Fleming allerdings, dass, wäre die Detektionswahrscheinlichkeit in der Konzeption von Newton und Wigner empirisch zugänglich, Signalübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit möglich wäre. Eine solche Verletzung von Einsteins Kausalitätspostulat, welches ja eine Signalübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit ausschließt, brächte einen großen Teil des Gebäudes der modernen Physik zum Einsturz. Der gesamten Relativitätstheorie wäre der Boden entzogen. Es wurde daher weiter nach Lösungen für das Lokalisierungsproblem gesucht, vornehmlich im Bereich der (relativistischen) zweitquantisierten Theorie, der sogenannten *lokalen Quantenfeldtheorie*.

Schrödingers späte Rückkehr zur Zitterbewegung

Obwohl nach der damals (und auch heute noch) herrschenden Meinung die Lösung der Lokalisierungsprobleme im Bereich der Quantenfeldtheorie zu finden ist, nimmt Schrödinger unbeirrt von den Moden der Zeit das Thema der Zitterbewegung gegen Ende der Fünfziger Jahre im gegenständlichen Manuskript abermals auf. Er geht auf die Versuche von Newton und Wigner, die Zitterbewegung anderweitig loszuwerden, gar nicht ein, sondern macht aus der Not eine Tugend. Er versucht im Rahmen der ursprünglichen Deutung von Diracs Gleichung, einen Zusammenhang zwischen Zitter-

bewegung und Eigendrehimpuls der Elektronen aufzudecken. Er wendet sich zudem einerseits dem Grenzübergang zu masselosen Teilchen und andererseits der Untersuchung einer Wellengleichung von Nicholas Kemmer zu. Schrödinger meint, in der Zitterbewegung ein Indiz für eine ausgedehnte Ladungswolke des betroffenen Teilchens ausmachen zu können. Solche Ideen werden heute nicht mehr verfolgt, da eine solche Wolke von den Details des Zustands abhängt und keine gleichbleibende innere Eigenschaft des Teilchens verkörpert. Bemerkenswert ist jedenfalls die Beharrlichkeit und Ausdauer, mit der Schrödinger die einmal als lohnend eingestufte Fragestellung, auch noch unter dem Eindruck fehlender Unterstützung aus der Kollegenschaft und vor allem schwindender körperlicher Kräfte, weiter bearbeitet.

Lokale Quantenfeldtheorie

Erst nach Schrödingers Tod begannen sich die Nebel, in welche die Frage nach einem guten Lokalisierungskonzept für relativistische Quantenmaterie gehüllt war, langsam zu lichten. Ein sehr allgemein gehaltener mathematisch strenger Rahmen für quantenfeldtheoretische Modelle lenkte die Diskussion in besser geordnete Bahnen. Es zeigte sich, dass nichttriviale Modellsysteme, die eine Quantenversion von Einsteins Kausalitätspostulat, die sogenannte Mikrokausalität erfüllen, zumindest mathematisch existieren. Der Zustand eines solchen Systems kann aber zu einer bestimmten Zeit nur dann auf ein endliches Raumgebiet lokalisiert sein⁴, wenn er *keine* bestimmte Teilchenzahl besitzt. (Dies ist eine Situation, die im Bereich der klassischen Mechanik gar nicht gedacht werden kann.) Zustände mit einer genau festgelegten Anzahl von Teilchen können also niemals auf ein endliches Raumgebiet eingeschränkt sein. Damit war aber klar, warum die Suche nach einem Lokalisierungskonzept innerhalb von Diracs ursprünglicher Einteilchentheorie vergeblich gewesen war.

Eine Lokalisierung von zumindest Zustandseigenschaften wird aber benötigt, um die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Eigenschaft in andere Regionen hin überhaupt formulieren zu können. Das nicht-relativistische Lokalisierungskonzept, das Schrödinger seiner Arbeit von 1930 und auch seiner unveröffentlichten Notiz aus den Jahren vor seinem Tod zugrunde gelegt hatte, war also durch das weitaus komplexere der relativistischen Quantenfeldtheorie ersetzt worden. Dadurch war aber die Zitterbewegung zu einer unphysikalischen, rein mathematischen Kuriosität geworden.

Dennoch erlahmten die Kontroversen um korrekte Lokalisierungskonzepte für relativistische Quantentheorien keineswegs. Als Beispiel sei der Disput zwischen G. C. Hegerfeldt einerseits und D. Buchholz und J. Yngvason andererseits, der in den Seiten der *Physical Review Letters* im Jahr 1994 ausgetragen wurde, genannt. Wenig überraschend hat dieser Disput bis in den Bereich der Naturphilosophie ausgestrahlt. [5], [4] Fragen danach, woraus die Welt (nach heutigem Wissensstand) besteht, können vor dem Hintergrund der lokalen Quantenfeldtheorie einigermaßen rational diskutiert werden. Bilden Teilchen wie Elektronen oder Positronen den Stoff der Welt, oder bilden diesen nicht vielmehr die fundamentalen Quantenfelder, die in den Grundgleichungen des Standardmodells vorkommen? (Jenes Standardmodells, welches die Planung der meisten Hochenergieexperimente inspiriert und leitet.) Teilchen sind ja nur spezielle Anregungszustände dieser Felder, den rein klingenden, einfachsten Schwingungsformen einer Gitarrensaite oder Trommelmembran ähnlich.

⁴ D. h., der Zustand unterscheidet sich nur in einem endlichen Raumgebiet vom Vakuumzustand.

Auch wenn die Frage nach der Möglichkeit von Signalübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit in der materiellen Wirklichkeit letztlich nur durch Naturbeobachtung zu entscheiden ist, hängt die gedankliche Einordnung einer solchen Beobachtung und somit ihre Relevanz stark von der benützten Theorie ab. Hier kommt Einsteins Einsicht zum Tragen, dass es erst die Theorie ist, die uns sagt, was es ist, was wir da beobachten. Daher muss in der Theorie klar formuliert sein, was ein Hier und Jetzt von Diesem und Jenem überhaupt bedeutet. Dass dies in einer so fundamentalen Theorie wie der relativistischen Quantenfeldtheorie nicht so einfach ist, wie man versucht ist zu glauben, liegt an der großen Distanz zwischen ihr und der im Alltag benützten Begriffswelt. Sie enthält weder Einteilchenquantenzustände noch Teilchenbahnen als primäre Bausteine. Dementsprechend ist auch der größte Teil der in der Praxis benützten physikalischen Modelle zwar aus der lokalen Quantenfeldtheorie heraus plausibel, aber nicht mathematisch streng in diesen allgemeinen Rahmen einbettbar. Manche spotten daher, dass praktische Relevanz und gedankliche Schlüssigkeit zueinander komplementär seien. Jedenfalls besteht aber noch immer weitgehende Übereinstimmung dahingehend, dass Signalübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit nicht gelingt. Es gibt auch keinerlei Beobachtungen, die dies als möglich erscheinen ließen.

Experimentelle Simulation der Zitterbewegung

Schrödingers Zitterbewegung existiert in den heute als fundamental angesehenen Theorien nicht. Dennoch blieb sie als merkwürdiger Zug von Diracs ursprünglicher Einteilchendynamik in Erinnerung. Und so kam es, dass eine Gruppe am Institut für Experimentalphysik der Universität Innsbruck im Jahr 2010 ein Experiment beschrieb, mit dem es ihr gelungen war, dieses Phänomen fernab relativistischer Verhältnisse mit Ionen, die in einer Falle durch elektromagnetische Kräfte gefangen sind, bis zu einem gewissen Grad nachzustellen. [3] Zu unser aller Glück aber ist es dieser Forschungsgruppe nicht gelungen, Diracs Quantendynamik exakt zu verwirklichen. In diesem Fall hätte nämlich niemand von uns das Jubiläumsjahr 2019 der Universität Innsbruck erlebt. Vielmehr zeigte in besagtem Experiment nur eine schwache Störung der auf die Ionen einwirkenden Kräfte Züge jener von Pauli mit Bann belegten Dynamik, während der Hauptteil der Kräfte das von Pauli beschriebene Desaster verhinderte.

Schrödingers Gleichung heute

Schrödingers Gleichung hat durch den Ausbau der Quantenmechanik in eine relativistische Quantenfeldtheorie keineswegs an Bedeutung eingebüßt.⁵ Obwohl sie im Bereich der Elementarteilchenphysik von Diracs Gleichung und weiteren Wellengleichungen tatsächlich vollständig abgelöst wurde, blieb Schrödingers Gleichung im Bereich der niederenergetischen Atom-, Molekül- und Materialphysik unangefochten und unersetzlich, weil dort Teilchenerzeugungs- und Vernichtungsprozesse eine untergeordnete Rolle spielen. Der Versuch, ein Molekül mit den Werkzeugen der Elementarteilchenphysik verstehen zu wollen, würde heute immer noch kläglich an der immensen Komplexität der Aufgabe scheitern. Also folgen tausende Suchende weiterhin dem von Schrödinger gezeigten Weg.

Gebhard Grübl und Helmut Ritsch

⁵ Der allgemeinere Terminus Quantentheorie umfasst heute in der Regel sowohl Quantenmechanik als auch Quantenfeldtheorie.

Literatur

- [1] Capri, A. Z.: Quips, Quotes and Quanta – an Anecdotal History of Physics, 2nd Edition, World Scientific, 2011
- [2] Capri, A. Z.: From Quanta to Quarks – More Anecdotal History of Physics, World Scientific, 2007
- [3] Gerritsma, R. et al.: Quantum simulation of the Dirac equation, *Nature* 463, 2010, S. 68-71
- [4] Halvorson, H., Clifton, R.: No place for particles in relativistic quantum theories? In: *Ontological Aspects of Quantum Field Theory*. Eds. Kuhlman, M. et al., World Scientific, 2002
- [5] Halvorson, H.: Reeh-Schlieder defeats Newton-Wigner: On alternative localization schemes in relativistic quantum field theory, *Philosophy of Science* 68, 2001, S. 111-133
- [6] Heitler, W. (1961). Erwin Schrodinger. 1887–1961. *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society* 7, S. 221-226. doi:10.1098/rsbm.1961.0017. JSTOR 769408.
- [7] Kragh, H.: Unifying Quanta and Relativity? Schrödinger's Attitude to Relativistic Quantum Mechanics, in: *Erwin Schrödinger – Philosophy and the Birth of Quantum Mechanics*. Eds. M. Bitbol und O. Darrigol, Edition Frontières, 1992
- [8] Schrödinger, E.: *Mein Leben meine Weltansicht*. Diogenes, 1989
- [9] ZBP: <https://www.zbp.univie.ac.at/schrodinger/bibliographie/bibliographie.htm>