8. Übungen zu Mathematische Methoden der Physik 2 / 9. Dez 2005 / GG

---

1. Klausur

Lösen Sie *eines* der beiden Beispiele. Falls Sie beide lösen, deklarieren Sie jenes Beispiel, das gewertet werden soll.

1. Sei $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R} : \mathbb{R})$ und $k \in \mathbb{R}_{>0}$. Daraus wird die folgende Funktion A gebildet. Für sie gelte die Wellengleichung $\Box A = 0$.

$$A : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}, \quad \text{mit } A(t,x) = f(t)\frac{\sin(k\,|x|)}{|x|}$$

   (a) Bestimmen Sie eine Funktion f, sodass für A die folgende Anfangsbedingung gilt.

$$A(0,x) = \frac{\sin(k\,|x|)}{|x|}, \quad \partial_t A(0,x) = 0$$

   (b) Sei $R \in \mathbb{R}_{>0}$. Für welche Parameterwerte k gilt die Randbedingung $A(t,x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^3$ mit $|x| = R$?

   (c) Sei $c = 1000\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ und $R = 5\,\mathrm{m}$. Welchen Wert hat die niedrigste Eigenfrequenz des Randwertproblems b)? Achten Sie auf den Unterschied zwischen Frequenz ν und Kreisfrequenz ω.

2. Seien $\Omega, k \in \mathbb{R}_{>0}$ mit $\Omega \neq ck$. Sei

$$j : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, (t,x) \mapsto \cos(\Omega t)\cos(kx)\,.$$

   (a) Bestimmen Sie eine Funktion $A_p \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R} : \mathbb{R})$, für die $\Box A_p = j$ gilt. Hinweis: $\Box j = ?$

   (b) Bestimmen Sie jene Funktion $A \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R} : \mathbb{R})$, für die $\Box A = j$ und $A(0,x) = \partial_t A(0,x) = 0$. Ist A eine stehende Welle?

   (c) Geben Sie irgendeine weitere Funktion $A \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R} : \mathbb{R})$ mit $\Box A = j$ an.