**12. Übungen zu Mathematische Methoden der Physik 2 / 2. Feb 2005 / GG**
**2. Klausur**

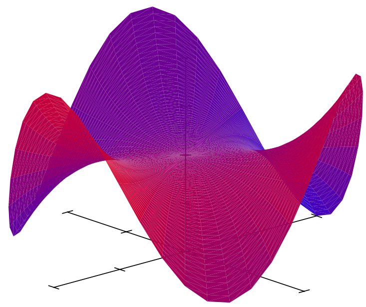
---

1. $K_R \subset \mathbb{R}^2$ sei eine offene Kreisscheibe vom Radius $R$ um 0. Die Funktion $u : \overline{K_R} \to \mathbb{R}$ sei stetig und auf $K_R$ harmonisch. Es gilt also $\Delta u = 0$ auf $K_R$. Auf dem Rand der Kreisscheibe gilt $u = 1 + \cos(3\phi)$. Polarkoordinaten : $x = r\cos\phi$ und $y = r\sin\phi$.

   (a) Berechnen Sie unter Verwendung Ihrer Resultate von Blatt 10, Bsp. 3) den Polarkoordinatenausdruck von $u$.

   (b) Kontrollieren Sie an Ihrem Ergebnis $\Delta u = 0$ und die Randbedingung.

   (c) Bestimmen Sie den Standardkartenausdruck von $u$. Kontrollieren Sie daran wieder $\Delta u = 0$.



2. Für $0 \neq \kappa \in \mathbb{R}$ sei $G_\kappa$ die reguläre Distribution in $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ zur Funktion $g_\kappa : x \mapsto -(2\kappa)^{-1}\exp(-\kappa|x|)$. Zeigen Sie, dass $G''_\kappa - \kappa^2 G_\kappa = \delta$. (Die formale Differentiation der Funktion $g_\kappa$ genügt als „Beweis".)[1]

---

[1] Bemerkung: $G_\kappa$ und $G_{-\kappa}$ sind also *zwei verschiedene* Fundamentallösungen des Differentialoperators $D := \frac{d^2}{dx^2} - \kappa^2$. Ihre Differenz $G_{-\kappa} - G_\kappa$ ist die reguläre Distribution zur Funktion $g : x \mapsto (g_{-\kappa} - g_\kappa)(x) = \cosh(\kappa x)/\kappa$. Diese Funktion $g$ ist eine $C^\infty$-Lösung von $Dg = 0$.