

**Fourierreihen**

1. Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ikx} f(x) dx, \quad k \in \mathbb{Z}$$

der folgenden  $2\pi$ -periodischen Funktionen und skizzieren Sie jeweils den Graphen der Abbildung  $k \mapsto |c_k|$  (Fourierspektrum).

- (a)  $f(x) = |x|$  für  $-\pi < x \leq \pi$  (Sägezahn)
  - (b)  $f(x) = x$  für  $0 \leq x < 2\pi$  (Kippschwingung)
  - (c)  $f(x) = \left| \sin\left(\frac{x}{2}\right) \right|$  (gleichgerichteter Wechselstrom)
  - (d)  $f(x) = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$
2. Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten  $c_k$  der  $L$ -periodischen Funktion  $f$ , für die  $f(x) = f(-x)$  und mit  $0 < \varepsilon < \frac{L}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} (\varepsilon - x)/\varepsilon^2 & \text{für } 0 \leq x < \varepsilon \\ 0 & \varepsilon \leq x \leq \frac{L}{2} \end{cases}$$

gilt. Skizzieren Sie die Abbildung  $\frac{2\pi}{L}k \mapsto |c_k|$ . Wie verändert diese sich, wenn  $L$  vergrößert wird? Konvergiert ein Fourierkoeffizient  $c_k$  bei festem  $L$  für  $\varepsilon \rightarrow 0$ ? ( $\delta$ -Kamm)