8. Übungen zu Mathematische Methoden der Physik 1 / 13. Mai 2002

Lineare Schwingungen

1. In der Vorlesung wurde ein Fundamentalsystem der Schwingungsgleichung

$$y'' + 2\alpha y + y = 0 \tag{1}$$

angegeben. Dabei wurden die 3 Fälle $0 \leq \alpha < 1, \alpha = 1, \alpha > 1$ unterschieden.

   (a) Kontrollieren Sie die lineare Unabhängigkeit des angegeben Lösungspaars.

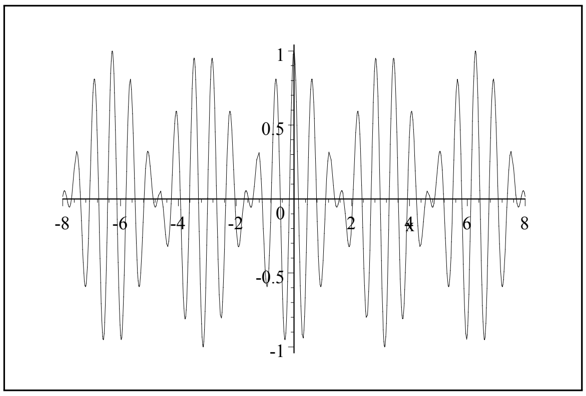
   (b) Benützen Sie das Verfahren von Bespiel 3b, Übung 7 um für $\alpha = 1$ aus der Lösung $y_1(x) = \exp(-x)$ eine zweite linear unabhängige Lösung zu erhalten.

   (c) Bestimmen Sie das Fundamentalsystem (w_1, w_2) von (1) mit

$$w_1(0) = 1, \quad w_1'(0) = 0; \quad w_2(0) = 0, \quad w_2'(0) = 1.$$

   (d) Lesen Sie am Ergebnis von c) die Resolvente $R_0(x)$ des zu (1) gehörigen Systems ab.

2. Geben Sie für $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \cos(q_1 x)\cos(q_2 x)$ mit $q_2 > q_1 + 1 > 1$ eine Lösung von $y'' + y = g$ an.
Hinweis: $\cos(\alpha)\cos(\beta) = (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))/2$.
Die Figur zeigt g für $q_1 = 1$ und $q_2 = 10$. (Schwebung) Liegt im Fall der Figur Resonanz vor?



3. Geben Sie für $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \cos^2(x/2)$ eine Lösung von $y'' + y = g$ an.
Hinweis: $\cos^2(x/2) = (\cos(x) + 1)/2$

4. Geben Sie für $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x)$ eine Lösung von $y'' + y = g$ an.
Hinweise:

   - $\sin(x) = \cos(x - \pi/2)$. (sin entsteht aus cos durch Rechtstranslation um $\pi/2$.)
   - 2) Die homogene Gleichung ist autonom.

5. (Außer Wertung für Unausgelastete) Kontrollieren Sie Ihr Ergebnis von Bsp.4) mittels der Resolvente R_0 aus Bsp.1d) und der Variation der Konstantenformel für Systeme erster Ordnung.