

3. Übungen zu Mathematische Methoden der Physik 1 / 8. April 2002

Wahrscheinlichkeit

- Ein W-maß der reellen Achse \mathbb{R} , die Exponentialverteilung, hat die Dichte $\rho(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$ für $x > 0$ und $\rho(x) = 0$ sonst.
 - Welches W-maß hat das Intervall (a, b) ? $\lim_{b \rightarrow \infty} W((0, b)) = ?$
 - Welchen Erwartungswert und welche Varianz hat die stochastische Variable $X(x) := x$?
 - Welche Verteilungsfunktion F und Dichte F' hat die stochastische Variable $\sqrt{|X|}$? Hinweis: $F(\xi) = W(\{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{|x|} \leq \xi\})$. Skizzieren Sie die Graphen von F und F' .
 - Sei B das Ereignis $B = (L, \infty)$ mit gegebenem $L > 0$. Welche Verteilungsfunktion und Dichte hat die Einschränkung von $X - L$ auf B unter dem konditionellen W-maß W_B ?
 - Welche relative Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis $A = (0, L_1)$ bezüglich $B = (0, L_2)$? Sind diese Ereignisse unabhängig?

- Das W-maß W von \mathbb{R}^3 , sei für $R > 0$ in $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 < R^2\}$ gleichverteilt.

- Welche Verteilungsfunktion und Dichte hat (die stochastische Variable) r unter W ?

$$r : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad r(x, y, z) := \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- $\langle r \rangle_W = ?$, $V_W(r) = ?$

- Welche Verteilungsfunktion hat $\pi_1 : (x, y, z) \mapsto x$ unter W ?

- Der Abstand r zwischen Kern und Elektron eines H-Atoms hat im Grundzustand die Verteilungsfunktion $F : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$F(x) := \int_0^x \rho(\xi) d\xi, \quad \rho(x) := Nx^2 \exp(-x).$$

(Hier ist der halbe Bohrsche Radius als Längeneinheit gewählt.) $N \in \mathbb{R}$

- $N = ?$ Hinweis: $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$.

- Skizzieren Sie die Graphen von F und ρ .

- $\langle r \rangle = ?$, $V(r) = ?$