

10. Übungen zu Mathematische Methoden der Physik 1 / 3. Juni 2002

Fourierintegraltransformation

1. Berechnen Sie die Fouriertransformierte

$$(Ff)(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} f(x) dx, \quad k \in \mathbb{R}$$

der folgenden auf \mathbb{R} definierten Funktionen. Geben Sie auch die Funktionen a, b der sin / cos-Version

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} [a(k) \cos(kx) + b(k) \sin(kx)] dk$$

der Umkehrformel an.

- (a) $f(x) = 1$ für $-1 < x < 1$ und $f(x) = 0$ sonst. Überprüfen Sie die Regeln 2) und 3) an Ff .
- (b) $g(x) = f\left(\frac{x-\xi}{L}\right)$ mit f wie in a) und für ein $L > 0$ und ein $\xi \in \mathbb{R}$.
- (c) $f(x) = \exp(-\lambda|x|) \cos(\omega x)$ für $\lambda, \omega \in \mathbb{R}_{>0}$. Überprüfen Sie die Regeln 2) und 3) an Ff .
- (d) $f(x) = x$ für $-1 < x < 1$ und $f(x) = 0$ sonst. Überprüfen Sie an Ff die Regeln 2) und 3) und unter Verwendung von Beispiel 1a) Teil 4) des Fouriersatzes.

2. Sei f wie in Bsp.1a)

- (a) Überprüfen Sie daran Teil 1) des Fouriertrafosatzes der Vorlesung.
- (b) Berechnen Sie die Faltung $f*f$ und überprüfen Sie Teil 2) des Fouriertrafosatzes der Vorlesung.