

Alex Felder

Regelung und Simulation eines aktiven Schwingungsdämpfers (Skyhook-Prinzip)

BACHELORARBEIT

verfasst im Rahmen des gemeinsamen Bachelorstudiums von
LFUI und UMIT – Joint Degree Programme

eingereicht an der

LEOPOLD-FRANZENS-UNIVERSITÄT INNSBRUCK
FAKULTÄT FÜR TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN



zur Erlangung des akademischen Grades

BACHELOR OF SCIENCE

Leiterin/Leiter der Lehrveranstaltung:

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Johannes Gerstmayr

Institut für Mechatronik

Innsbruck, August 2015

Mitbetreuer/in: Dipl.-Ing. Michael Pieber, Institut für Mechatronik

Danksagung

Ich bedanke mich an dieser Stelle herzlich bei allen, die bei der Erstellung dieser Bachelorarbeit mitgewirkt haben. Ganz besonders möchte ich mich bei Herrn Michael Pieber bedanken, der bei der praktischen Durchführung der Arbeit mich immer unterstützt hat. Ein Dank gilt ebenfalls Herrn Prof. Dr. Johannes Gerstmayr, der die Bearbeitung dieses interessanten Themas ermöglicht hat und bei der Ausarbeitung immer einen guten Rat hatte. Weiters möchte ich mich auch bei meinem Studien-Kollegen Klaus Rabensteiner für die erfolgreiche und gute Zusammenarbeit bedanken.

Kurzfassung

Diese Bachelorarbeit befasst sich mit der Regelung und Simulation eines aktiven Schwingungsdämpfers. Dabei soll ein Versuchsaufbau konstruiert werden, bei dem das sogenannte „Skyhook“-Prinzip angewendet werden soll. Der Versuchsaufbau besteht aus einer Holzplatte, die durch einen Schwingungsgenerator in Schwingung versetzt werden soll und die mit Federn an einem festen Boden gelagert ist. Diese Platte dient zur Simulation eines schwingenden Bodens. Auf dieser Platte wird mittels Federn eine weitere Holzplatte montiert, die als Referenzplatte dient. Daraus entsteht ein Modell eines Zweimassenschwingers. Ziel dieser Arbeit ist es, die Schwingungen der Referenzplatte zu reduzieren. Auf der Platte wird dabei ein Schwingungstilger montiert, der den erzeugten Schwingungen entgegenwirkt und diese reduziert. Meine Aufgabe besteht darin, die elektronischen Komponenten dieses Versuches zu wählen und entsprechend zu dimensionieren. Die durch einen Beschleunigungssensor aufgenommenen Schwingungen sollen in einem Echtzeitsystem verarbeitet werden. Dabei soll eine Regelung entworfen werden, die den Aktor regelt, damit unterschiedliche Schwingungen getilgt werden. Um eine geeignete Regelung zu entwerfen, muss ein Modell des Systems ermittelt werden. Weiters müssen auch alle Parameter der Elemente des Systems identifiziert werden. Der Reglerentwurf wird mit MATLAB/Simulink gemacht um geeignete Simulationen zu erhalten. Die Regelung wird dann auf der Hardware Arduino überspielt, die dann den Aktor steuert. Dieser Versuch soll mehrmals simuliert werden, um eine Auswertung des mechatronischen Systems zu erhalten.

Abstract

This bachelor thesis describes the draft and the simulation of an active vibration control. Thereby there was built a demonstrator to simulate the so-called „skyhook“-principle. The demonstrator is composed of two wooden panels. One panel represents the floor, the other one is the reference panel, which has to be damped by vibrations.

To create this mechatronic system I have to choose the electronic elements to get a control of the system. Thereby I define a model of the system. Furthermore, there should be identified all the parameters of the system. The control unit design is done by MATLAB/Simulink and the system is controlled by the real-time system Arduino.

The goal of this study is to create a control unit, which has to damp successfully the vibrations of the reference panel. After testing the control system there were examined methods to optimize the reduction of the vibrations. This experiment shows us the analysis of this mechatronic system.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	iv
Kurzfassung	v
Abstract	vi
Abbildungsverzeichnis	x
Tabellenverzeichnis	xi
Liste der Formelzeichen	xii
1 Einleitung	1
1.1 Stand der Technik	2
2 Grundlagen	4
2.1 Mechatronische Systeme	4
2.2 Mehrmassenschwinger	5
2.3 Schwingungstilger	6
2.4 Skyhook-Prinzip	7
3 Eingesetzte Elemente und Methoden	9
3.1 Basspump	9
3.2 Beschleunigungssensor	11
3.3 Mikrocontroller	12
3.4 Software	13
3.4.1 MATLAB/Simulink	13
4 Modellbildung	16
4.1 Theoretische Modellbildung	17
4.1.1 Modellbildung des Demonstrators	17
4.1.2 Modell des Viermassenschwingers	18
4.1.3 Modell der Basspump	18
4.1.4 Gesamtmodell	20
4.2 Experimentelle Modellbildung	24
4.3 Vergleich der beiden Methoden	26

5	Parameter-Identifikation	28
5.1	Vorgehensweise	28
5.1.1	FFT-Analyse	29
5.2	Identifikation der Basspump	30
5.2.1	Dämpfung der Basspump	30
5.2.2	Steifigkeit der Basspump	32
5.3	Parameter	35
6	Regelung	36
6.1	Grundlagen der Regelungstechnik	36
6.1.1	Grundbegriffe	36
6.1.2	Regelkreis	37
6.2	Digitale Regelung	38
6.2.1	Digitaler Regelkreis	38
6.2.2	Abtaster	39
6.2.3	Halteglied	39
6.2.4	Wahl der Abtastzeit	39
6.2.5	z-Transformation	40
6.3	Reglerentwurf	41
6.3.1	Reglerentwurf des aktiven Schwingungsdämpfers	41
6.3.2	P-Regler	44
6.4	Simulation am realen System	48
6.4.1	Beobachtungen	48
7	Verbesserung durch Filtern	51
7.1	Hochpass	51
7.2	Bandpass	51
7.3	Filterentwurf am realen System	51
8	Ergebnisse und Ausblick	54
	Literaturverzeichnis	57
	Anhang	58
A.1	Technische Daten Basspump Sinuslive	58
A.2	Datenblatt des Beschleunigungssensor	59
A.3	MATLAB Quellcode	60
A.3.1	Übertragungsfunktion Gesamtmodell	60
A.3.2	Eigefrequenzen identifiziertes Modell	60
A.3.3	Vergleich mathematisches-identifiziertes Modell	61
A.3.4	Identifikation Dämpfung Basspump	62
A.3.5	Identifikation Steifigkeit Basspump	62
A.3.6	FFT-Analyse Funktion	63

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schwingungstilger an der Millennium Bridge [GK].	2
1.2	Active Body Control von Mercedes [Dai].	3
2.1	Mechatronik als interdisziplinäre Disziplin nach [Ise08].	4
2.2	Prinzipskizze eines Mehrmassenschwingers.	5
2.3	Passiver Schwingungstilger.	7
2.4	Skyhook-Prinzip gemäß [ZSN05].	8
2.5	Regelung der Geschwindigkeit [Jan10].	8
3.1	Prinzipaufbau eines elektrodynamischen Schwingungserreger laut [Vor10].	10
3.2	Basspump von Sinuslive [Vm].	10
3.3	Prinzip der Beschleunigungsmessung [Rod12].	11
3.4	Funktionsplan des Beschleunigungssensor.	12
3.5	Allgemeiner Simulink-Modell laut [Pie12].	15
4.1	Modell des Demonstrators.	17
4.2	Modell der Basspump.	19
4.3	Bode-Plot des Modells.	23
4.4	Eigenfrequenzen des Modells.	24
4.5	Eigenfrequenzen des identifizierten Systems.	25
4.6	Simulink Modell des Vergleiches.	26
4.7	Vergleich des mathematischen mit dem identifizierten Modell.	27
4.8	Detailzoom des Vergleichs der niedrigen Frequenzen.	27
5.1	Parameteridentifikation am Demonstrator.	29
5.2	Abklingkurve der Basspump.	31
5.3	Ein- und Ausgangsverhalten bei Chirp Signal.	33
5.4	Frequenzanteile der Basspump.	34
6.1	Regelkreis.	37
6.2	Digitaler Regelkreis entnommen aus [Ger15b].	38
6.3	Verhalten des Systems bei einer Sprungfunktion.	43
6.4	Bode-Plot ohne Regler.	44
6.5	Vergleich Amplitudengang mit und ohne Regler.	46
6.6	Simulink Modell mit und ohne Regler.	47
6.7	Vergleich mit und ohne Regler.	47
6.8	Regelkreis am Demonstrator.	48

6.9	Aufbau des Demonstrators.	49
7.1	Filter & Design-Einstellungen des Bandpasses.	52
7.2	FFT-Analyse mit und ohne Filter.	53

Tabellenverzeichnis

4.1	Mechanische Elemente gemäß [Czi08].	16
4.2	Elektronische Elemente gemäß [Czi08].	16
5.1	Parameterauflistung.	35
A.1	Technische Daten Basspump.	58

Liste der Formelzeichen

F_{m1}	Trägheitskraft Masse 1
F_{m2}	Trägheitskraft Masse 2
F_{k1}	Federkraft 1
F_{k2}	Federkraft 2
F_{d1}	Dämpfungskraft 1
F_{d2}	Dämpfungskraft 2
m_1	Masse der Bodenplatte
m_2	Masse der Referenzplatte
m_{BP}	Masse der Basspump
m_T	Masse des Schwingungstilgers
k_1	Federkonstante untere Feder
k_2	Federkonstante obere Feder
k_{BP}	Federkonstante der Basspump
k_T	Federkonstante des Schwingungstilgers
d_1	Dämpfungskonstante untere Feder
d_2	Dämpfungskonstante obere Feder
d_{BP}	Dämpfungskonstante der Basspump
d_T	Dämpfungskonstante des Schwingungstilgers
x_1	Weg der Bodenplatte
x_2	Weg der Referenzplatte
x_{BP}	Weg der Basspump
x_T	Weg des Schwingungstilgers

\dot{x}_1	Geschwindigkeit der Bodenplatte
\dot{x}_2	Geschwindigkeit der Referenzplatte
\dot{x}_{BP}	Geschwindigkeit der Basspump
\dot{x}_T	Geschwindigkeit des Schwingungstilgers
\ddot{x}_1	Beschleunigung der Bodenplatte
\ddot{x}_2	Beschleunigung der Referenzplatte
\ddot{x}_{BP}	Beschleunigung der Basspump
\ddot{x}_T	Beschleunigung des Schwingungstilgers
m	Masse des Magneten in der Basspump
R	Widerstand der Basspump
L	Induktivität der Basspump
$U(t)$	Versorgungsspannung
u_R	Spannungsabfall am Widerstand
u_L	Spannungsabfall an der Induktivität
i	Stromstärke in der Basspump
e	Induzierte Spannung in der Basspump
f	Aktuatorkraft
T	Kopplungsfaktor
u_1	Versorgungsspannung untere Basspump
u_2	Versorgungsspannung obere Basspump
f_1	Eigenfrequenz Bodenplatte
f_2	Eigenfrequenz Referenzplatte
f_{BP}	Eigenfrequenz der Basspump
V	Verstärkung
D	Dämpfungsgrad
β	Abklingkonstante

d	Dämpfungskonstante
ω	Kreisfrequenz
k	Federsteifigkeit
f	Frequenz
m	Masse
T_a	Abtastzeit
ω_T	Abtastkreisfrequenz
ω_{max}	maximale Frequenz
K_P	Verstärkungsfaktor
y_a	Ausgangsgröße
x_e	Eingangsgröße
d_{dB}	Dämpfungsfaktor in dB

1 Einleitung

In der Technik treten oft Schwingungen auf. Sie treten bei Maschinen, Anlagen, Gebäuden oder Fahrzeugen auf. Diese Schwingungen sind meist unerwünscht, da sie zur Funktionsbeeinträchtigung, vorzeitiger Abnutzung oder Materialermüdung führen. Zum besseren Verständnis wurde die Definition von einer Schwingung beziehungsweise einem Schwingungssystem aus [JMK13] entnommen:

Unter einer Schwingung versteht man in der Mechanik meist einen sich in gleicher Weise wiederholenden Bewegungsvorgang, bei dem eine Zustandsgröße (wie z. B. der Weg oder die Winkelauslenkung) abwechselnd zu- und abnimmt.

Ein Schwingungssystem ist darüber hinaus noch durch Systemparameter gekennzeichnet, die im Falle mechanischer Systeme als Masse die Wirkung der Trägheit, als Feder die Wirkung der Rückstellung und als Dämpfer die Wirkung der Dämpfung charakterisieren.

Das Vermeiden von Schwingungserscheinungen ist eine wichtige Herausforderung. Da sie aber auch in der Natur des Öfteren vorkommen, ist es unmöglich sie ganz zu eliminieren. Deshalb ist ein wichtiges Ziel das Entgegenwirken auf diese Schwingungen um diese weitgehend zu tilgen. Diese Zielsetzung ist in zwei geteilt: einmal die Auslegung, Konstruktion und Fertigung eines Demonstrators und zweitens die Regelung und Simulation des aktiven Schwingungsdämpfers. Die erste Arbeit wird von einem Studien Kollegen bearbeitet [Rab15] und meine Bachelorarbeit befasst sich mit der Regelung und Simulation eines aktiven Schwingungsdämpfers. Beide Arbeiten haben gemeinsame Grundlagen, werden jedoch unabhängig voneinander verfasst.

Ziele dieser Arbeit sind die geeignete Auswahl der elektronischen Komponenten, Erstellung eines geeigneten Modells und der Entwurf einer Regelung. Es sollte am Demonstrator sichtbar sein, dass durch eine geeignete Regelung verschiedene Schwingungen erfolgreich getilgt werden.

Die Arbeit wurde in drei Schwerpunkte gegliedert. Erster Punkt ist die Modellbildung eines Systems, das dem realen Versuchsaufbau entspricht. Zweiter Punkt ist die Parameteridentifikation. Um eine geeignete Regelung zu entwerfen, müssen auch alle Parameter der mechanischen und elektrischen Komponenten identifiziert werden. Dritter Punkt ist das Entwerfen einer Regelung, die dann am Demonstrator getestet wird.

1.1 Stand der Technik

Die Reduzierung von Schwingungen spielt in vielen Gebieten der Technik eine wichtige Rolle. Schwingungstilgung findet man im Maschinenbau, in baulichen Anlagen und in der Fahrzeugtechnik.

In der Dynamik untersucht man die Wechselwirkungen zwischen Kräften und Bewegungen. Dabei gibt es neben einer geforderten Dynamik, die für das betrachtete Objekt verlangt wird, auch oft unerwünschte Dynamiken. Es stellen sich oft unerwünschte Schwingungen ein, die unter bestimmten Bedingungen gefährlich werden können. Wenn die Eigenfrequenz des Objekts mit der Eigenfrequenz der Anregung übereinstimmt, kommt es zur sogenannten Resonanz. Bei Resonanzerscheinungen kommt es zur Aufsummierung der Schwingungsamplituden [GF11]. Um das zu vermeiden, werden in der Technik verschiedene Lösungen angewendet:

- Resonanzen vermeiden, Abstände zwischen Eigenfrequenzen und Erregerfrequenzen vergrößern
- Erhöhung der Strukturdämpfung durch zusätzliche Dämpferelemente
- Reduzierung der Erregerkräfte
- Einsatz von aktiven und passiven Schwingungstilgern

Vor allem im Bauwesen muss auf diese Schwingungen besonders geachtet werden. Auf Verkehrsbauwerken, wo durch Fahrzeuge oder durch Personen Schwingungen erzeugt werden, werden heutzutage Schwingungstilger eingebaut. So auch auf der Millennium Bridge in London, die im Jahr 2000 zwei Tage nach ihrer Eröffnung geschlossen werden musste, weil sie unkontrolliert schwankte. Die Untersuchungen ergaben, dass die Fußgänger in die erste Eigenfrequenz der Brücke kamen und so diese unfreiwillig anregten. Durch nachträglichen Einbau von acht horizontal wirkenden Schwingungstilgern und 50 Vertikaltilgern konnten die Schwingbewegungen der Brücke derart reduziert werden, dass heute eine komfortgerechte Nutzung der Brücke möglich ist [ND05].



Abbildung 1.1: Schwingungstilger an der Millennium Bridge [GK].

1.1. STAND DER TECHNIK

In der Fahrzeugtechnik werden Aktive Fahrwerke (Active Body Control, ABC) eingesetzt. Durch aktive Regelsysteme mit Sensoren und Aktoren werden die Federung und Dämpfung eines Rades optimiert. In Abhängigkeit der Fahrsituation wird das jeweilige Rad mehr oder weniger gedämpft. Somit wird eine sichere und stoßfreie Fahrt ermöglicht [Czi08].

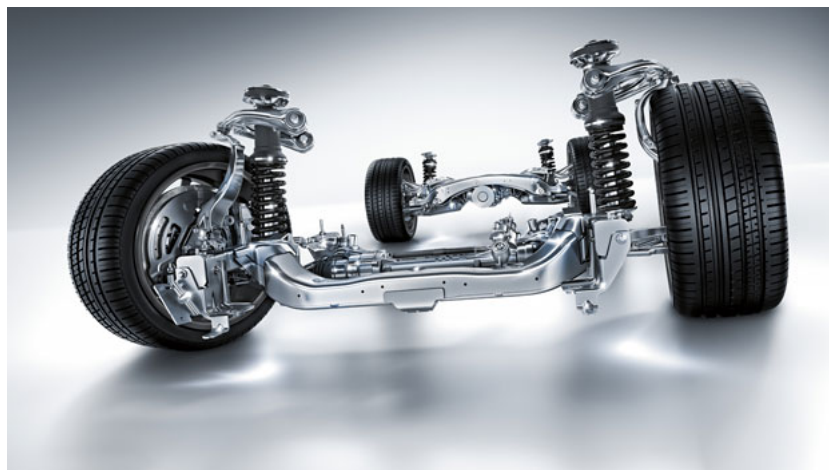


Abbildung 1.2: Active Body Control von Mercedes [Dai].

2 Grundlagen

2.1 Mechatronische Systeme

Ziel dieser Bachelorarbeit ist es, ein mechatronisches Systems zu entwerfen. Deshalb wird zuerst der Begriff Mechatronik erläutert. Die Definition laut Roddeck [Rod12] lautet:

Mechatronik ist ein interdisziplinäres Gebiet der Ingenieurwissenschaften, das auf den klassischen Disziplinen Maschinenbau, Elektrotechnik und Informatik aufbaut. Ein typisches mechatronisches System nimmt Signale auf, verarbeitet sie und gibt Signale aus, die es z. B. in Kräfte und Bewegungen umsetzt.

Eine andere Definition findet man in Isermann [Ise08]:

Mechatronics is the synergetic integration of mechanical engineering with electronic and intelligent computer control in the design and manufacturing of industrial products and processes.

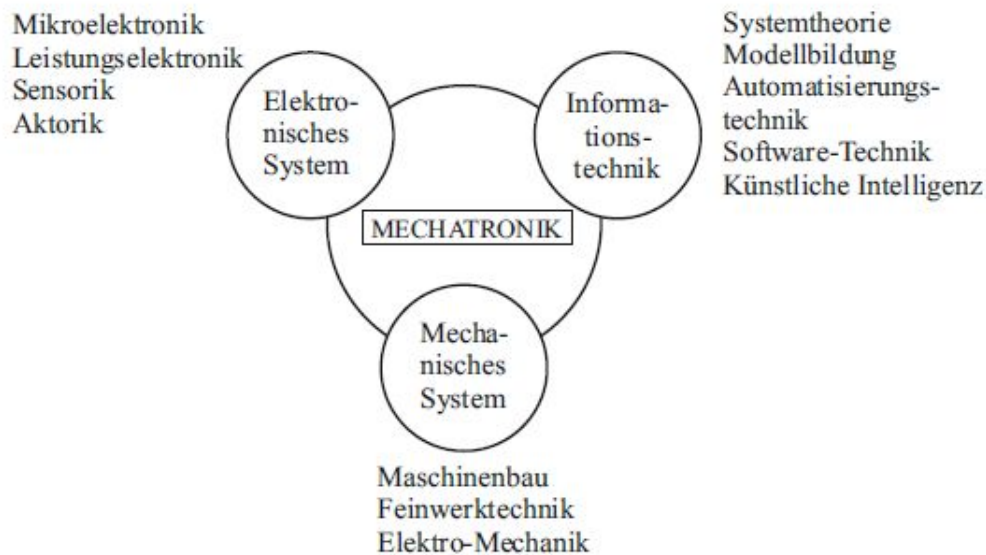


Abbildung 2.1: Mechatronik als interdisziplinäre Disziplin nach [Ise08].

In dieser Arbeit findet man diese Elemente der Mechatronik wieder. Die Mechanik liegt als Zweimassenschwinger des Demonstrators vor, die Elektrotechnik beziehungsweise

Elektronik findet man in der Aktorik und Sensorik des Systems und die Informatik findet man in der Verarbeitung beziehungsweise in der Regelung des Systems.

2.2 Mehrmassenschwinger

Viele technische Systeme lassen sich durch den Einmassenschwinger beschreiben. Allerdings gibt es Situationen, wo das vorliegende System nicht mit nur einer einzigen Masse modelliert werden kann, zum Beispiel wenn zwei relevante Massen durch ein Feder-Dämpfer System voneinander getrennt sind. In diesem Fall ist das System mit mehreren Massen abzubilden. Es entsteht ein Mehrmassenschwinger. Mit dem Ansatz des Mehrmassenschwingers können komplexe Systeme modelliert und berechnet werden [Vö06].

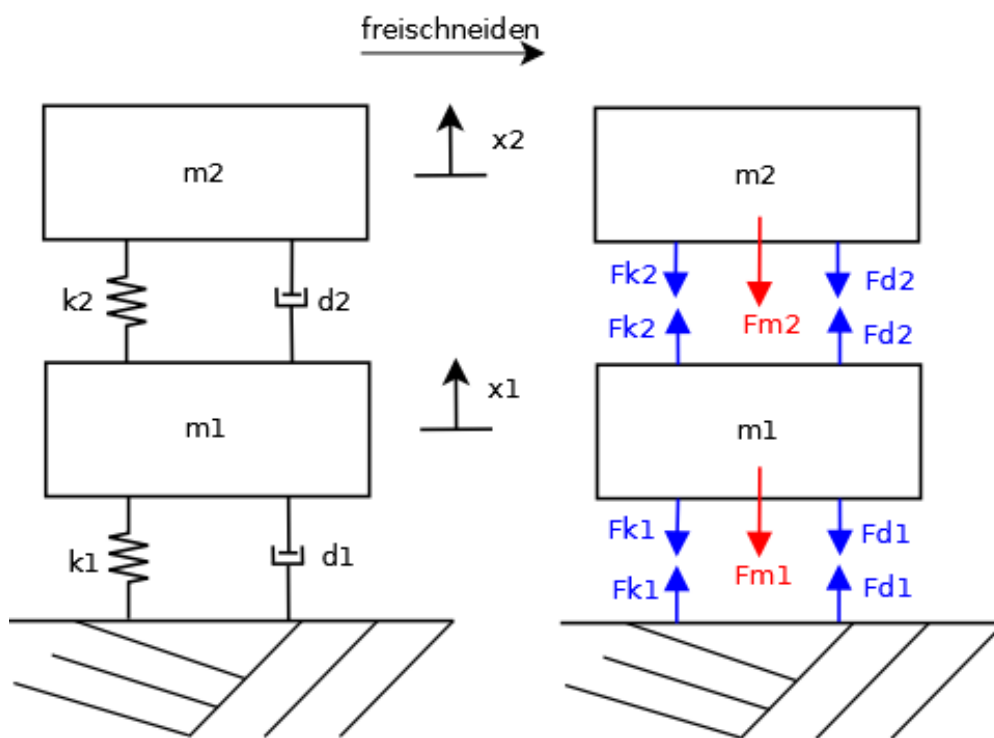


Abbildung 2.2: Prinzipskizze eines Mehrmassenschwingers.

In Abbildung 2.2 ist eine Prinzipskizze eines Zweimassenschwingers dargestellt. Werden die zwei Massen frei geschnitten, erhält man die an den Massen wirkenden Kräfte. Die Bewegungsgleichungen eines Mehrmassenschwingers kann man mittels Impulssatz bestimmen. Der Impulssatz, auch als Dynamisches Grundgesetz bekannt, wird in Böge [Bö09] so formuliert:

Die Summe aller auf einen Körper der Masse m einwirkenden Kräfte F ist gleich dem Produkt aus der Masse m und der Beschleunigung (Verzögerung) \ddot{x} des Körpers.

$$m\ddot{x} = \sum F \quad (2.1)$$

$$F_{m1} = -F_{k1} - F_{d1} + F_{k2} + F_{d2} \quad (2.2)$$

$$F_{m2} = -F_{k2} - F_{d2} \quad (2.3)$$

Ersetzt man die Kräfte durch die konstitutiven Beziehungen, so erhält man folgendes Gleichungssystem.

$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1x_1 - d_1\dot{x}_1 + k_2(x_2 - x_1) + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (2.4)$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) - d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (2.5)$$

Die Differentialgleichungen werden noch umgeformt, um sie besser zu lesen,

$$m_1\ddot{x}_1 = -(k_1 + k_2)x_1 - (d_1 + d_2)\dot{x}_1 + k_2x_2 + d_2\dot{x}_2 \quad (2.6)$$

$$m_2\ddot{x}_2 = k_2x_1 + d_2\dot{x}_1 - k_2x_2 - d_2\dot{x}_2. \quad (2.7)$$

Diese sind die Differentialgleichungen, die einen gedämpften Zweimassenschwinger beschreiben.

2.3 Schwingungstilger

Eine wichtige Aufgabe der Schwingungstechnik ist die künstliche Bedämpfung von mechanischen Eigenfrequenzen. Oftmals ist es aus konstruktiven Gründen nicht möglich, direkt in der mechanischen Struktur dissipative Elemente zu platzieren. Einen Ausweg bieten sogenannte mechanische Resonanzdämpfer oder Schwingungstilger [Jan10].

Dabei unterscheidet man zwischen passiven und aktiven Schwingungstilgern. Bei einem passiven Schwingungstilger wird auf die zu dämpfende Referenzmasse ein Feder-Dämpfer-Masse System angebracht. Dabei wird dieses so dimensioniert, dass es die Eigenfrequenz der Referenzmasse dämpft. Mit einem passiven Schwingungstilger kann somit nur eine bestimmte Eigenfrequenz gedämpft werden. Die Abbildung 2.3 zeigt den schematischen Aufbau eines passiven Schwingungstilgers.

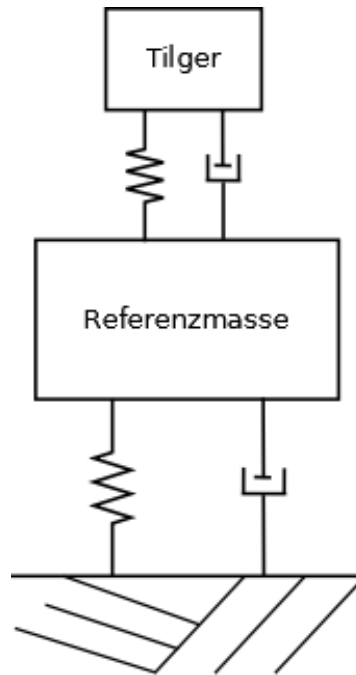


Abbildung 2.3: Passiver Schwingungstilger.

Bei einem aktiven Schwingungstilger wird auf der Referenzmasse neben einem Feder-Dämpfer-Masse System ein Aktor angebracht. Dieser Aktor wird durch einen Regler geregelt. Durch den Regler kann also ein Frequenzbereich gedämpft werden. Das Funktionsprinzip eines aktiven Schwingungstilgers wird in Kapitel 2.4 erläutert.

2.4 Skyhook-Prinzip

Eine häufige Aufgabenstellung besteht in der Bewegungsisolation eines Objektes von störenden Umwelteinflüssen [Pre06]. Dabei unterscheidet man zwischen passiver und aktiver Isolation. Diese Arbeit beschäftigt sich nur mit der aktiven Schwingungsisolation, auch Skyhook-Prinzip genannt.

Das Skyhook-Prinzip (Abbildung 2.4) besagt, dass eine Masse, die durch ein Feder-Dämpfer-System mit einem schwingenden Boden verbunden ist, in Ruhe bleiben kann, wenn der Dämpfer an einer gedachten Linie aufgehängt wird (Himmelshaken).

Da diese gedachte Linie jedoch unmöglich zu realisieren ist, wird anstatt dieser eine Regelung der Geschwindigkeit der Masse gemacht. Durch Sensoren wird die Geschwindigkeit der Masse gemessen und durch ein geeignetes Stellglied ein Aktuator geregelt, der eine Kraft erzeugt, die gegen die Bewegung der Masse wirkt und diese dämpft (Abbildung 2.5). Somit wird der Effekt des "Skyhook" nachgestellt.

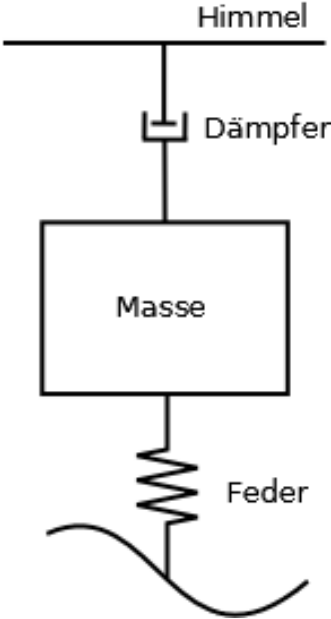


Abbildung 2.4: Skyhook-Prinzip gemäß [ZSN05].

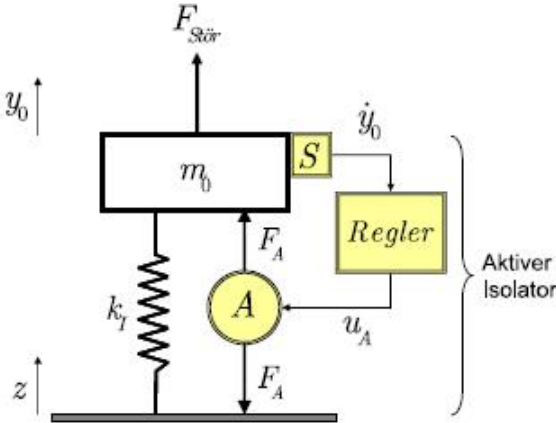


Abbildung 2.5: Regelung der Geschwindigkeit [Jan10].

3 Eingesetzte Elemente und Methoden

In diesem Kapitel wird erläutert, welche elektronischen Elemente für diesen Versuch geeignet sind und welche eingesetzt werden.

Für das Simulieren der Vibrationen, die den Demonstrator in Schwingung setzen sollen, wird ein Schwingungsgenerator eingesetzt. Für das Aufnehmen der Schwingungen werden Beschleunigungssensoren gebraucht. Um die Schwingungen zu tilgen, wird ein Schwingungstilger eingesetzt. Das Aufnehmen der Messwerte am Beschleunigungssensor und die Regelung des Systems erfolgt an einem Echtzeitsystem.

3.1 Basspump

Zur Ermittlung der dynamische Eigenschaften von Systemen, wie zum Beispiel das Schwingungsverhalten, ist es notwendig, diese künstlich anzuregen. Die dabei verwendeten Prinzipien sind hydraulisch, elektrodynamisch, magnetostruktiv, piezomechanisch oder rein mechanisch [Vor10]. In dieser Arbeit wurde die elektrodynamische Anregung gewählt.

Um die Schwingungen zu erzeugen, wurde eine Basspump (Abbildung 3.2) eingesetzt. Eine Basspump ist ein Körperschallwandler, bestehend aus einem Permanentmagneten, in dessen Luftspalt sich eine Spule befindet. Die Spule wird von einer Wechselstromquelle gespeist. Wird ein Signal angelegt, wird der im Inneren angelegte Magnet in Schwingung versetzt. Diese Schwingungen übertragen sich auf den ganzen Körper, an dem es montiert ist. Der Prinzipaufbau eines elektrodynamischen Schwingungserreger ist in Abbildung 3.1 abgebildet. Die Basspump hat einen Frequenzbereich von 20Hz bis 80Hz, was gut zu den Voraussetzungen des Systems passt.

3.1. BASSPUMP

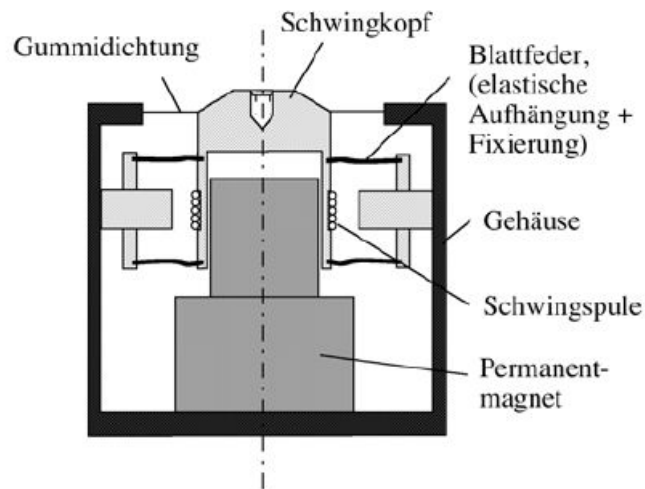


Abbildung 3.1: Prinzipaufbau eines elektrodynamischen Schwingungserreger laut [Vor10].

Die Basspump wurde gleichzeitig auch als Schwingungstilger eingesetzt. Grund für den Einsatz der Basspump war die Einfachheit und der niedrige Preis. Die technischen Daten der Basspump findet man im Anhang A.1.



Abbildung 3.2: Basspump von Sinuslive [Vm].

3.2 Beschleunigungssensor

Für das Aufnehmen der Schwingungen wurde ein Beschleunigungssensor eingesetzt. Beschleunigungsaufnehmer sind in der Regel so aufgebaut, dass man eine kleine seismische Masse m in der Richtung, in der die Beschleunigung gemessen werden soll, federnd aufhängt. Wirkt eine Beschleunigung auf diese Masse, so wird diese in Richtung der Beschleunigung ausgelenkt und auf die Masse wirkt eine Kraft. Dadurch ergeben sich zwei Möglichkeiten der Auswertung, nämlich durch eine Kraftmessung (bei bekannter seismischer Masse) oder durch eine Messung der Auslenkung. Da die meisten Beschleunigungsvorgänge dynamisch sind, sind solche Aufnehmer auch zur Messung von Schwingungsvorgängen gut geeignet [Rod12]. In Abbildung 3.3 ist das Prinzip der Beschleunigungsmessung skizziert.

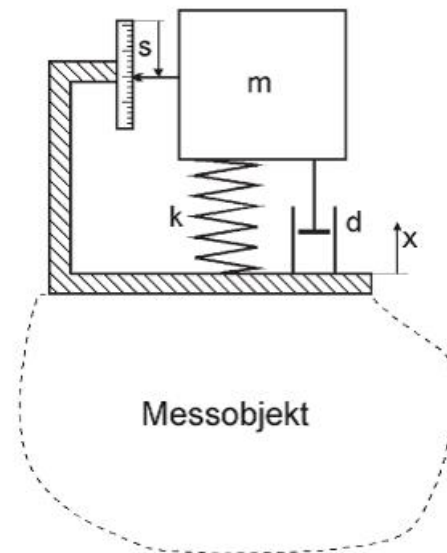


Abbildung 3.3: Prinzip der Beschleunigungsmessung [Rod12].

Es wurde ein drei-Achsen Beschleunigungssensor ADLX335 eingesetzt, wobei in diesem Fall nur die Z-Komponente von Interesse war. Der ADLX335 hat einen Messbereich von $\pm 3g$ und hat eine Versorgungsspannung von maximal 3,6 V. Aufgrund der geringen Größe und der hohen Empfindlichkeiten ist dieser Beschleunigungssensor geeignet für diese Aufgabe, da er die Schwingungen gut aufnehmen kann. Der Funktionsplan ist in Abbildung 3.4 abgebildet.

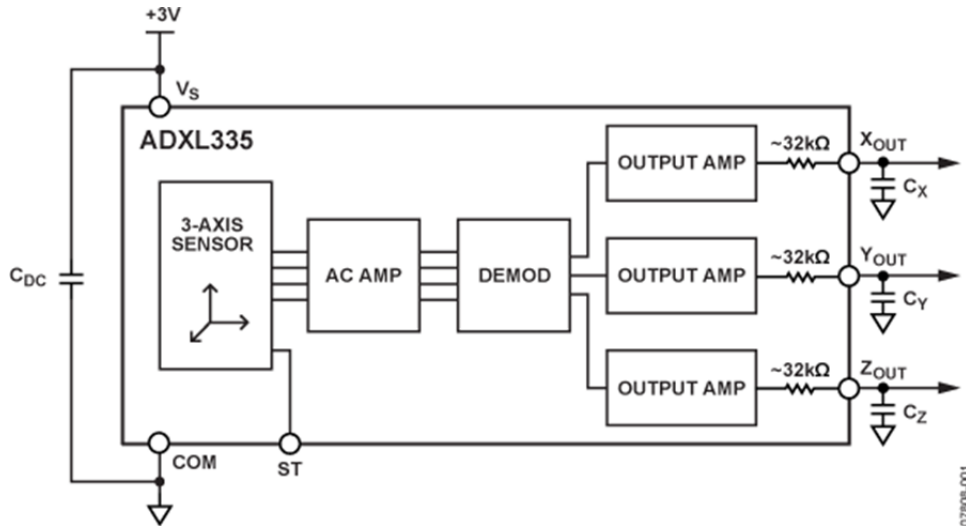


Abbildung 3.4: Funktionsplan des Beschleunigungssensor.

Der Beschleunigungssensor hat fünf Anschlüsse. Einer ist die Versorgungsspannung V_S , der zweite ist die Masse und die restlichen drei sind die zu messenden Richtungen in X, Y oder Z. Weitere Angaben findet man im Anhang A.2.

3.3 Mikrocontroller

Die Verarbeitung von Prozessdaten findet in einem mechatronischen System in der Regel mit einem Mikrocontroller statt. Dabei findet die Signal- und Informationsverarbeitung aufgrund der normalerweise zeitkritischen Vorgänge im Echtzeitbetrieb statt [Rod12]. In [Rod12] findet man folgende Definition von Echtzeitbetrieb:

Echtzeitbetrieb ist der Betrieb eines Rechnersystems, bei dem Programme zur Verarbeitung anfallender Daten ständig betriebsbereit sind, derart, dass die Verarbeitungsergebnisse innerhalb einer vorgegebenen Zeitspanne verfügbar sind. Die Daten können je nach Anwendungsfall nach einer zufälligen zeitlichen Verteilung oder zu vorbestimmten Zeitpunkten auftreten.

Ein Echtzeitsystem ist also eine Hardware/Softwarekombination, die Daten empfängt, diese verarbeitet und die Ergebnisse innerhalb einer definierten Zeitspanne an den Prozess weitergibt [Rod12].

Als Mikrocontroller für die Regelung wurde die Hardware-Plattform *Arduino* gewählt. Arduino ist eine sich aus Soft- und Hardware zusammensetzende Physical-Computing-Plattform. Die Idee von Open Source folgend sind die einzelnen Komponenten quelloffen verfügbar [ardb]. Arduino ist eine standardisierte Hardware-Plattform mit Prozessor, Schnittstellen, der Möglichkeit die Hardware günstig zu erweitern und einer Software zum Entwickeln und Hochladen. Dahinter steckt ein Baukasten-System für Programmie-

rer, die Hardware-nahe entwickeln und möglichst schnell zu guten Lösungen kommen wollen [Kom] .

Diese waren die Gründe für die Wahl des Arduinos.

Eingesetzt wurde der *Arduino DUE*. Dieses Board arbeitet mit einer Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3 CPU und besitzt 54 digitale input/output pins und 12 analoge inputs pins. Im Gegenteil zu anderen Arduino Boards hat der DUE eine Betriebsspannung von 3,3V [arda].

3.4 Software

Ein weiteres Merkmal mechatronischer Systeme ist die integrierte digitale Informationsverarbeitung [Ise08]. Diese fordert den Einsatz von Softwareprodukten um das zu lösende Problem zu implementieren. Folglich werden die in dieser Arbeit eingesetzten Softwareprodukte erklärt.

3.4.1 MATLAB/Simulink

MATLAB/Simulink ist eine Software-Umgebung zur numerischen Lösung von vielen technischen und wissenschaftlichen Problemen. Es ist zur schnellen Analyse und Synthese dynamischer Vorgänge in der Forschung und Lehre geeignet und wird zunehmend auch in der Industrie eingesetzt.

MATLAB, abgeleitet von MATrix LABoratory, war ursprünglich ein Benutzerinterface für Standardroutinen der numerischen Algebra basierend auf Vektor- und Matrizenoperationen. Mittlerweile hat es sich zum Standardwerkzeug für viele Arten technischer Berechnungen sowie Simulationen in der Systemdynamik, Regelungstechnik, Luftfahrt und Fahrzeugtechnik entwickelt. Es verfügt über eine eigene Hochsprache mit interaktiver Umgebung [Pie12] [Glo14].

Ein wesentlicher Vorteil ist die einfache aber effiziente Programmierung, hinzu kommt die leichte Erweiterbarkeit durch Toolboxen und Benutzerfunktionen. Eine dieser Erweiterungen ist Simulink, ein grafischer Editor für Simulationsmodelle. Die Simulationsmodelle in Simulink ähneln sehr stark den Blockschaltbildern, die in der Regelungstechnik verwendet werden [Glo14].

Weitere Toolboxen, die in dieser Arbeit verwendet wurden sind:

- System Identification Toolbox
- Filter Design & Analysis Tool

MATLAB

Um den weiteren Verlauf dieser Arbeit besser zu verstehen, werden einige wichtige Befehle dieses Programmes, die eingesetzt wurden, erläutert. Die eingerahmten Boxen sind

3.4. SOFTWARE

MATLAB-Quellcode. Grün geschriebene Texte sind Kommentare des Quellcodes.

Um ein dynamisches System¹ als Zustandsraummodell zu implementieren, wird folgender Befehl verwendet.

```
1 % Zustandsraummodell erstellen
2 SYS=ss(A,b,cT,d);
```

Die Parameter A, b, c^T, d erhält man aus den in Kapitel 4 hergeleiteten Differentialgleichungen. Das Zustandsraummodell wird als Eingang-Ausgang-Modell beschrieben, die sogenannte Übertragungsfunktion. Im MATLAB wird die Übertragungsfunktion einfach mit folgendem Befehl berechnet.

```
1 % Uebertragungsfunktion berechnen
2 G=tf(SYS);
```

Um die erhaltene Übertragungsfunktion in eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion umzuwandeln, gibt es diesen Befehl. Ta ist dabei die gewählte Abtastzeit und 'zoh' bedeutet *zero order hold*, das heißt das mit einem Abtast-Halteglied² 0.ter Ordnung abgetastet wird.

```
1 % zeitdiskrete Uebertragungsfunktion berechnen
2 Gd=c2d(G,Ta,'zoh');
```

Wichtige Befehle für die Systemanalyse sind die Befehle *bode* und *step*. Mit dem ersten wird das Bode-Diagramm des Systems geplottet. Das Bode-Diagramm, auch Frequenzkennlinien-Diagramm, ist nach dem US-amerikanischen Elektrotechniker Hendrik Wade Bode benannt. Es ist ein Verfahren zur Darstellung des Übertragungsverhaltens eines Systems durch seinen Frequenzgang. Dabei wird der Frequenzgang in die beiden Teile Amplitudengang und Phasengang zerlegt und getrennt über der Frequenz aufgetragen. Da für die Darstellung und Untersuchung ein relativ breiter Frequenzbereich notwendig ist, werden sowohl die Frequenzen als auch die Amplituden logarithmisch abgebildet [Bod06].

Der *step* Befehl ist eine Testfunktion um den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße des Systems in Abhängigkeit der Testfunktion abzubilden. Die Sprungantwort ist der zeitliche Verlauf des Ausgangssignals $y(t)$ als Ergebnis einer sprungförmigen Änderung des Eingangssignals $u(t)$ des System vom Wert 0 auf den Wert 1, was so definiert ist:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

¹Erklärung siehe 6.1

²siehe Kapitel 6.2

```

1 % Bode-plot
2 bode (G)
3
4 % Sprungantwort plotten
5 step (G)

```

Simulink

Wie schon erwähnt, arbeitet Simulink mit Blockschaltbildern. Das zu simulierende mathematische Modell eines dynamischen Systems wird dazu graphisch mit Funktionsblöcken nachgebildet. Ein solcher Funktionsblock wird mit dem vektoriiellen Eingang \vec{u} , dem Ausgangsvektor \vec{y} , dem Zustandsvektor \vec{x} sowie dem Parameter p dargestellt. Derartige Bausteine beschreiben also das Ein-/Ausgangsverhalten. Darüber hinaus existieren Blöcke ohne Eingang, auch Quellen (Sources) genannt und solche ohne Ausgang, Senken (Sinks) genannt [Pie12].

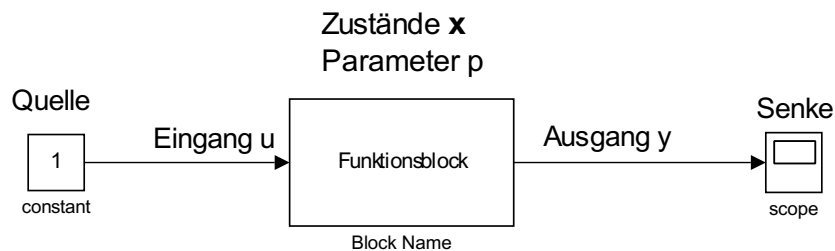


Abbildung 3.5: Allgemeiner Simulink-Modell laut [Pie12].

Aus Abbildung 3.5 sieht man eine allgemeine Struktur eines Simulink-Modells. Als Quelle dient hier eine konstante Zahl und als Senke ein Oszilloskop, was den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße in Abhängigkeit der Eingangsgröße in einem Diagramm abbildet.

Alle Blöcke sind in der *Simulink Library* zusammengefasst und können aus ihr entnommen werden. Die verwendeten Blöcke werden dann gemäß der mathematischen Formulierung des Problems verbunden und durch geeignete Parameter zu einem Simulationsmodell aufgebaut. Diese kann dann simuliert werden.

4 Modellbildung

Im mechatronischen Entwurfsprinzip spielt die Simulation eines virtuellen Prototyps eine wichtige Rolle. Auf Basis eines mathematischen Modells kann mittels Simulation eine Aussage über die Funktionalität eines Systems getätigt werden. Dabei muss das reale System vereinfacht als Modell beschrieben werden. Das Modell soll so genau wie möglich das reale System wiedergeben, gleichzeitig soll es aber auch so einfach wie möglich realisiert werden.

Für die Realisierung eines mechatronischen Systems spielen vor allem die Mechanik und die Elektronik eine wichtige Rolle. Die Mechanik bildet in der Mechatronik die Grundlage für die Realisierung von Bewegungen, Kräften und mechanischen Energieflüssen. Die wichtigsten Elemente der Mechanik sind die Federn, die Dämpfer und die Masse [Czi08].

Feder k	Dämpfer d	Masse m
Elastizität, Speicher	Widerstand, Senke	Trägheit, Speicher
$F_k = k \cdot x$	$F_d = d \cdot \frac{dx}{dt}$	$F_m = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$

Tabelle 4.1: Mechanische Elemente gemäß [Czi08].

Die Elektronik spielt für die Informationsspeicherung und -verarbeitung eine wichtige Rolle. Elektronische Bauelemente und Module werden in mechatronischen Systemen sowohl als Analogtechnik in Schaltkreisen mit wert- und zeitkontinuierlichen Prozessgrößen als auch als Digitaltechnik in integrierten Schaltkreisen (IC) eingesetzt. Die wichtigsten elektronischen Elemente sind der Widerstand, der Kondensator und die Spule [Czi08].

Kapazität C	Widerstand R	Induktivität L
Elektrisches Feld, Speicher	Ohmsche Verluste, Senke	Magnetisches Feld, Speicher
$u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i dt$	$u_R = R \cdot i$	$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$

Tabelle 4.2: Elektronische Elemente gemäß [Czi08].

Um ein Modell des Systems zu erhalten, unterscheidet man im Allgemeinen zwei Vorgehensweisen: die theoretische Modellbildung und die experimentelle Modellbildung. Weiters gibt es noch zwischen diesen beiden Methoden Mischformen.

4.1 Theoretische Modellbildung

Bei der theoretischen Modellbildung sind die physikalischen Gesetze und die Parameter des Systems bekannt. Durch diese wird dann ein mathematisches Modell des Systems erstellt [Ise08]. Die Parameter dieses Systems werden zum Teil in Kapitel 5 und in der Bachelorarbeit *Konstruktive Auslegung und Fertigung eines Demonstrators zur aktiven Schwingungsdämpfung* identifiziert [Rab15].

4.1.1 Modellbildung des Demonstrators

Das Modell des Demonstrators besteht aus zwei Teilen: einer Bodenplatte, die mit einer Basspump angeregt wird und einer Referenzplatte, die durch einen Schwingungstilger getilgt wird. Der Schwingungstilger ist in diesem Fall wieder eine Basspump. Die Abbildung 4.1 zeigt den schematischen Aufbau des Demonstrators.

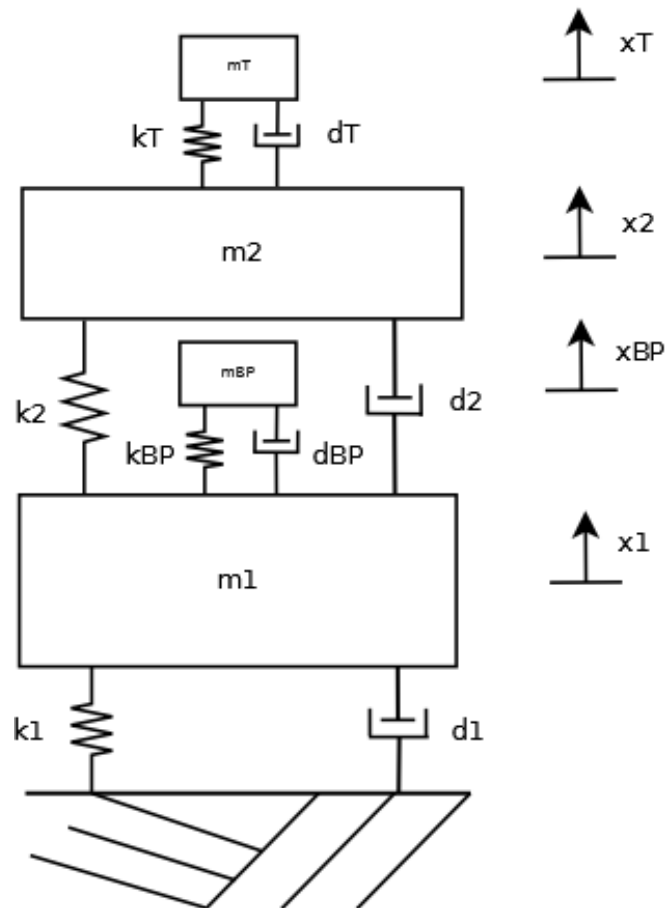


Abbildung 4.1: Modell des Demonstrators.

Um ein mathematisches Modell dieses Systems zu entwerfen, wird das System in ein mechanisches und in ein elektromagnetische System geteilt. Das mechanische Teilsystem

beinhaltet den Viermassenschwinger und das elektromagnetische Teilsystem besteht aus dem Modell der Basspump. Diese beide Modelle müssen anschließend zu einem Gesamtmodell gekoppelt werden.

4.1.2 Modell des Viermassenschwingers

Die Bewegungsgleichungen des Viermassenschwingers kann man mittels Impulssatz berechnen. Der Impulssatz wurde in Kapitel 2.2 erläutert.

$$m_1\ddot{x}_1 = k_2(x_2 - x_1) + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_1x_1 - d_1\dot{x}_1 + k_{BP}(x_{BP} - x_1) + d_{BP}(\dot{x}_{BP} - \dot{x}_1) + f \quad (4.1)$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_T(x_T - x_2) + d_T(\dot{x}_T - \dot{x}_2) + f \quad (4.2)$$

$$m_{BP}\ddot{x}_{BP} = -k_{BP}(x_{BP} - x_1) - d_{BP}(\dot{x}_{BP} - \dot{x}_1) - f \quad (4.3)$$

$$m_T\ddot{x}_T = -k_T(x_T - x_2) - d_T(\dot{x}_T - \dot{x}_2) - f \quad (4.4)$$

Diese Gleichungen stellt man auf die Beschleunigungen um, da diese später als Zustandsgrößen dienen.

$$\ddot{x}_1 = -\frac{k_1 + k_2 + k_{BP}}{m_1}x_1 - \frac{d_1 + d_2 + d_{BP}}{m_1}\dot{x}_1 + \frac{k_2}{m_1}x_2 + \frac{d_2}{m_1}\dot{x}_2 + \frac{k_{BP}}{m_1}x_{BP} + \frac{d_{BP}}{m_1}\dot{x}_{BP} + \frac{1}{m_1}f \quad (4.5)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{k_2}{m_2}x_1 + \frac{d_2}{m_2}\dot{x}_1 - \frac{k_2 + k_T}{m_2}x_2 - \frac{d_2 + d_T}{m_2}\dot{x}_2 + \frac{k_T}{m_2}x_T + \frac{d_T}{m_2}\dot{x}_T + \frac{1}{m_2}f \quad (4.6)$$

$$\ddot{x}_{BP} = \frac{k_{BP}}{m_{BP}}x_1 + \frac{d_{BP}}{m_{BP}}\dot{x}_1 - \frac{k_{BP}}{m_{BP}}x_{BP} - \frac{d_{BP}}{m_{BP}}\dot{x}_{BP} - \frac{1}{m_{BP}}f \quad (4.7)$$

$$\ddot{x}_T = \frac{k_T}{m_T}x_2 + \frac{d_T}{m_T}\dot{x}_2 - \frac{k_T}{m_T}x_T - \frac{d_T}{m_T}\dot{x}_T - \frac{1}{m_T}f \quad (4.8)$$

4.1.3 Modell der Basspump

Die Basspump kann vereinfacht als eine Serienschaltung aus einem Widerstand R , einer Induktivität L und einem Magnet der Masse m , der über eine Feder mit der Federkonstante k schwingt. Die Kopplung des elektrischen und mechanischen Teils erfolgt über folgende Beziehungen [Pre06].

$$e = T \cdot \dot{x} \quad (4.9)$$

$$-T \cdot i = f \quad (4.10)$$

Der mechanische Teil ist die Bewegungsgleichung eines Einmassenschwingers. Die Masse m ist mit dem Boden über eine Feder k und einen Dämpfer d verbunden. Die Bewegungsgleichung wurde mit der Formel 2.1 hergeleitet.

$$m\ddot{x} = -kx - d\dot{x} - f \quad (4.11)$$

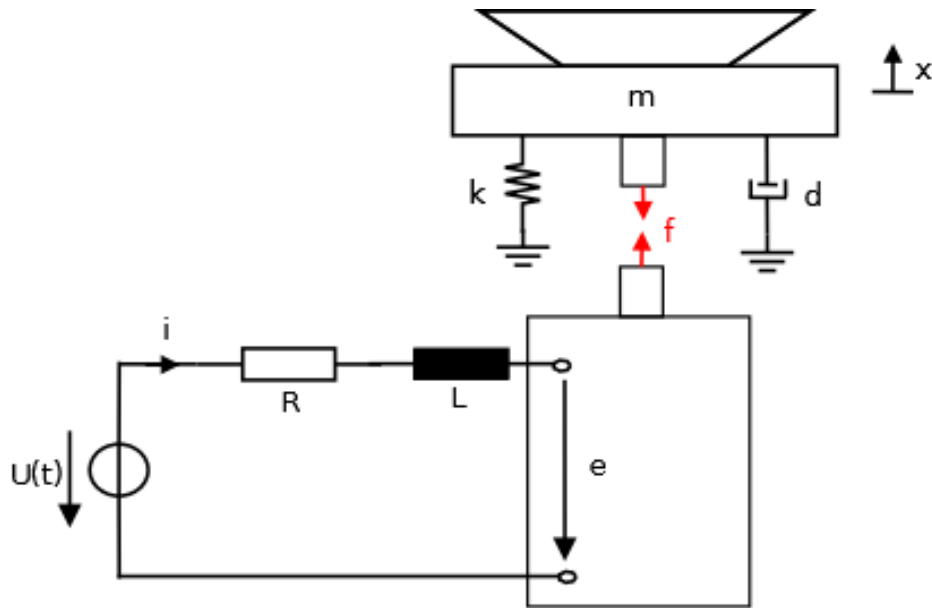


Abbildung 4.2: Modell der Basspumpe.

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{d}{m}\dot{x} - \frac{1}{m}f \quad (4.12)$$

Das elektrische Teilsystem ist eine Reihenschaltung aus einem Widerstand R und einer Spule L . Die Spannung $U(t)$ ist die Eingangsspannung, die vom Funktionsgenerator generiert wird und e ist die induzierte Spannung. Die Kopplung zwischen induzierter Spannung e und Aktorkraft f ist über den Faktor T gegeben (siehe 4.9 und 4.10). Die Kraft f wirkt auf der Magnetmasse und setzt diese in Schwingung.

Die Maschengleichung ¹ besagt, dass die Summe aller Spannungen in einer geschlossenen Masche gleich Null ist.

$$U(t) = u_R + u_L + e \quad (4.13)$$

Die Bauteilgesetze der Elemente Widerstand ² und Spule sind

$$u_R = R \cdot i \quad (4.14)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad (4.15)$$

Durch Umformen von 4.15 auf $\frac{di}{dt}$ und Einsetzen von 4.13 und 4.14 erhält man

$$\frac{di}{dt} = \frac{u_L}{L} = \frac{U(t) - u_R - e}{L} = \frac{U(t) - R \cdot i - e}{L} \quad (4.16)$$

¹Zweite Kirchhoffsche Regel

²Ohmsches Gesetz

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{1}{L}e + \frac{1}{L}U(t) \quad (4.17)$$

Schreibt man die zwei Differentialgleichungen aus 4.12 und 4.17 mit den Beziehungen 4.9 und 4.10,

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{d}{m}\dot{x} + \frac{T}{m}i \quad (4.18)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{T}{L}\dot{x} - \frac{R}{L}i + \frac{1}{L}u. \quad (4.19)$$

Als Nächstes wurde ein Zustandsraum Modell mit folgender Zustandsgröße \vec{x} , Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y erstellt.

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix}, \quad u = U(t), \quad y = \dot{x}$$

Die Differentialgleichungen in 4.18 werden in Matrixschreibweise geschrieben,

$$\dot{\vec{x}} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{d}{m} & \frac{T}{m} \\ 0 & -\frac{T}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \vec{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 1 \quad 0] \vec{x}$$

4.1.4 Gesamtmodell

Das Gesamtmodell ergibt sich aus der Kopplung des Viermassenschwingers mit den zwei Basspumps. Die Koordinate x im Basspump System entspricht im Gesamtmodell einmal der Differenz aus x_{BP} und x_1 für die untere Basspump und zweitens die Differenz x_T und x_2 für die obere Basspump. Die Eingangsspannung $U(t)$ wird für die untere Basspump zu u_1 und für die obere Basspump zu u_2 . Die Ausgangsgröße des Gesamtsystems wird die Geschwindigkeit der Masse m_2 , also \dot{x}_2 .

Um das Gesamtmodell im Reglerentwurf einsetzen zu können, erstellt man ein Zustandsraummodell. Mit den Differentialgleichungen, die wir im Kapitel (4.1.2) und (4.1.3) hergeleitet haben, kann man ein Modell des Gesamtsystems erhalten. Die Differentialglei-

chungen sind folgende:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{k_1 + k_2 + k_{BP}}{m_1}x_1 - \frac{d_1 + d_2 + d_{BP}}{m_1}\dot{x}_1 + \frac{k_2}{m_1}x_2 + \frac{d_2}{m_1}\dot{x}_2 + \frac{k_{BP}}{m_1}x_{BP} + \frac{d_{BP}}{m_1}\dot{x}_{BP} - \frac{T}{m_1}i_1 \quad (4.20)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{k_2}{m_2}x_1 + \frac{d_2}{m_2}\dot{x}_1 - \frac{k_2 + k_T}{m_2}x_2 - \frac{d_2 + d_T}{m_2}\dot{x}_2 + \frac{k_T}{m_2}x_T + \frac{d_T}{m_2}\dot{x}_T - \frac{T}{m_2}i_2 \quad (4.21)$$

$$\ddot{x}_{BP} = \frac{k_{BP}}{m_{BP}}x_1 + \frac{d_{BP}}{m_{BP}}\dot{x}_1 - \frac{k_{BP}}{m_{BP}}x_{BP} - \frac{d_{BP}}{m_{BP}}\dot{x}_{BP} + \frac{T}{m_{BP}}i_1 \quad (4.22)$$

$$\ddot{x}_T = \frac{k_T}{m_T}x_2 + \frac{d_T}{m_T}\dot{x}_2 - \frac{k_T}{m_T}x_T - \frac{d_T}{m_T}\dot{x}_T + \frac{T}{m_T}i_2 \quad (4.23)$$

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{T}{L}\dot{x}_1 - \frac{T}{L}\dot{x}_{BP} - \frac{R}{L}i_1 + \frac{1}{L}u_1 \quad (4.24)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{T}{L}\dot{x}_2 - \frac{T}{L}\dot{x}_T - \frac{R}{L}i_2 + \frac{1}{L}u_2 \quad (4.25)$$

Daraus wird wieder ein Zustandsraum Modell mit folgendem Zustandsvektor \vec{x} , Eingangsvektor \vec{u} und Ausgangsgröße y erstellt.

- Zustandsvektor:

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \\ x_{BP} \\ \dot{x}_{BP} \\ x_T \\ \dot{x}_T \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

- Eingangsvektor :

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

- Ausgangsgröße:

$$y = \dot{x}_2$$

$$\dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1+k_2+k_{BP}}{m_1} & -\frac{d_1+d_2+d_{BP}}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{d_2}{m_1} & \frac{k_{BP}}{m_1} & \frac{d_{BP}}{m_1} & 0 & 0 & -\frac{T}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & \frac{d_2}{m_2} & -\frac{k_2+k_T}{m_2} & -\frac{d_2+d_T}{m_2} & 0 & 0 & \frac{k_T}{m_2} & \frac{d_T}{m_T} & 0 & -\frac{T}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{BP}}{m_{BP}} & \frac{d_{BP}}{m_{BP}} & 0 & 0 & -\frac{k_{BP}}{m_{BP}} & -\frac{d_{BP}}{m_{BP}} & 0 & 0 & \frac{T}{m_{BP}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_T}{m_T} & \frac{d_T}{m_T} & 0 & 0 & -\frac{k_T}{m_T} & -\frac{d_T}{m_T} & 0 & \frac{T}{m_T} \\ 0 & \frac{T}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{T}{L} & 0 & 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{T}{L} & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \vec{x} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \vec{u}$$

$$y = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \vec{x}$$

Dieses Modell wurde in Matlab implementiert. Die Übertragungsfunktion kann in MATLAB, wie in Kapitel 3.4.1 erläutert, bestimmt werden. Den MATLAB Quellcode findet man im Anhang A.3.1.

Mit der Übertragungsfunktion kann eine erste Analyse des Systems gemacht werden. Es kann also auch bestimmt werden, ob das entworfene Modell plausibel ist. In diesem Fall sind die Eigenfrequenzen des Systems von Bedeutung. Die Eigenfrequenzen dieses Systems sieht man im Bode-Plot.

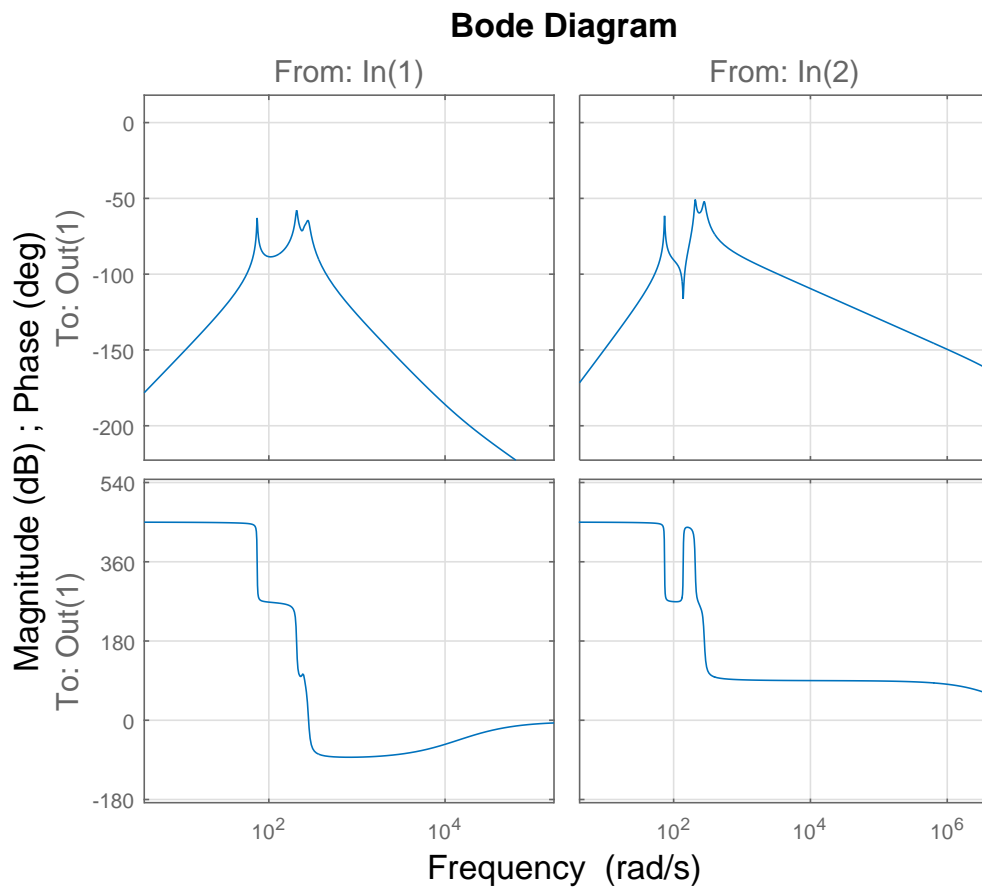


Abbildung 4.3: Bode-Plot des Modells.

Aus diesem Bode-Plot (Abbildung 4.3) erkennt man drei Resonanzfrequenzen. Da hier die Einheit der Frequenz auf der Abszisse [rad/s], müssen die Eigenfrequenzen noch in [Hz] umgewandelt werden. Der Bode-Plot zeigt jeweils die Phase in [deg] und die Amplitude in [dB] für die zwei Eingänge des Modells.

Aus Abbildung 4.4 werden folgende Eigenfrequenzen identifiziert: 74,4 [rad/s], 207 [rad/s] und 280 [rad/s]. Die erste Frequenz wird die Eigenfrequenz der unteren Platte sein da diese eine sehr niedrigere Eigenfrequenz hat, die zweite wird die Frequenz der oberen Platte sein und die dritte, die der Bass Pump. Um die Frequenzen von [rad/s] in [Hz] umzuwandeln, wird folgende Formel eingesetzt:

$$f[\text{Hz}] = \frac{f[\text{rad/sec}]}{2\pi} \quad (4.26)$$

- Eigenfrequenz der unteren Platte: $f_1 = 11,84\text{Hz}$
- Eigenfrequenz der oberen Platte: $f_2 = 32,95\text{Hz}$
- Eigenfrequenz der Bass Pump: $f_{BP} = 44,56\text{Hz}$

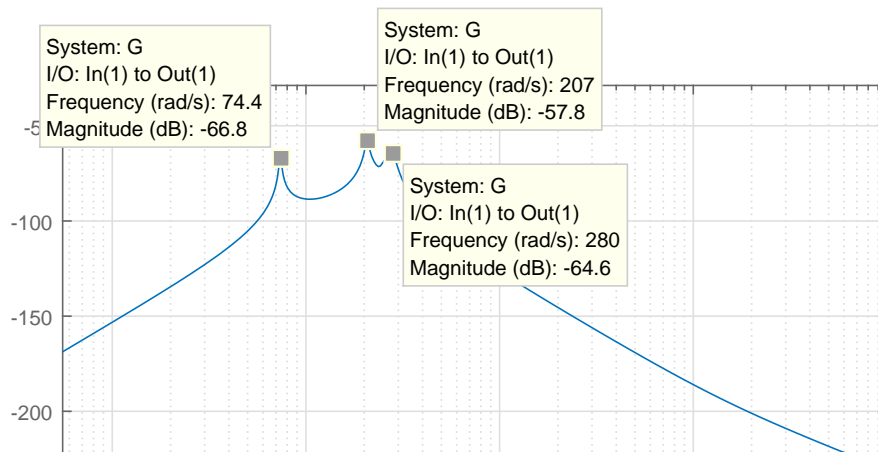


Abbildung 4.4: Eigenfrequenzen des Modells.

4.2 Experimentelle Modellbildung

Eine Alternative zur mathematischen Modellbildung ist die experimentelle Modellbildung, auch Identifikation genannt. Dabei wird die Übertragungsfunktion des Systems identifiziert. Die Eingangssignale können die natürlichen im System auftretenden Betriebssignale oder künstlich eingeführte Testsignale sein. Der Vorteil dieser Vorgehensweise ist, dass die exakten Parameter des Systems nicht bekannt sein müssen. Es müssen nur die Eingangssignale und die Ausgangssignale des Systems gemessen werden [Ise08]. Man nimmt einmal die Führungsübertragungsfunktion und die Störübertragungsfunktion auf. Da es ein LTI-System¹ ist kann man diese zwei Übertragungsfunktionen zur Gesamtübertragungsfunktion des Systems addieren.

Um die Führungsübertragungsfunktion aufzunehmen, wird die obere Basspump ange-regt. Als Eingangssignal u wird das Signal des Funktionsgenerators aufgenommen und als Ausgangssignal y das Signal des Beschleunigungssensors. Am Eingangssignal nimmt man ein Chirp-Signal². Das Umrechnen in Spannungseinheit wurde wie in 5.1 gemacht. Die erhaltenen Daten wurden dann in MATLAB weiterverarbeitet. Mit der *System Identification Toolbox* von MATLAB kann mit den Eingangs- und Ausgangsdaten eine Übertragungsfunktion des Systems ermittelt werden.

Analog dazu wird bei der Störübertragungsfunktion die untere Basspump angeregt. Als Eingangssignal u wird wiederum das Signal des Funktionsgenerators und für das Ausgangssignal y das Signal des Beschleunigungssensors.

Mit der FFT-Analyse³ können wieder die Eigenfrequenzen des Systems identifiziert werden. Wie man aus Abbildung 4.5 sieht, stimmen diese Eigenfrequenzen gut mit denen des mathematischen Modells in Kapitel (4.13) überein. Der MATLAB-Quellcode zur

¹linear time-invariant system

²siehe Kapitel 5.1.1

³siehe Kapitel 5.1.1

Erstellung dieser Analyse findet man im Anhang A.3.2.

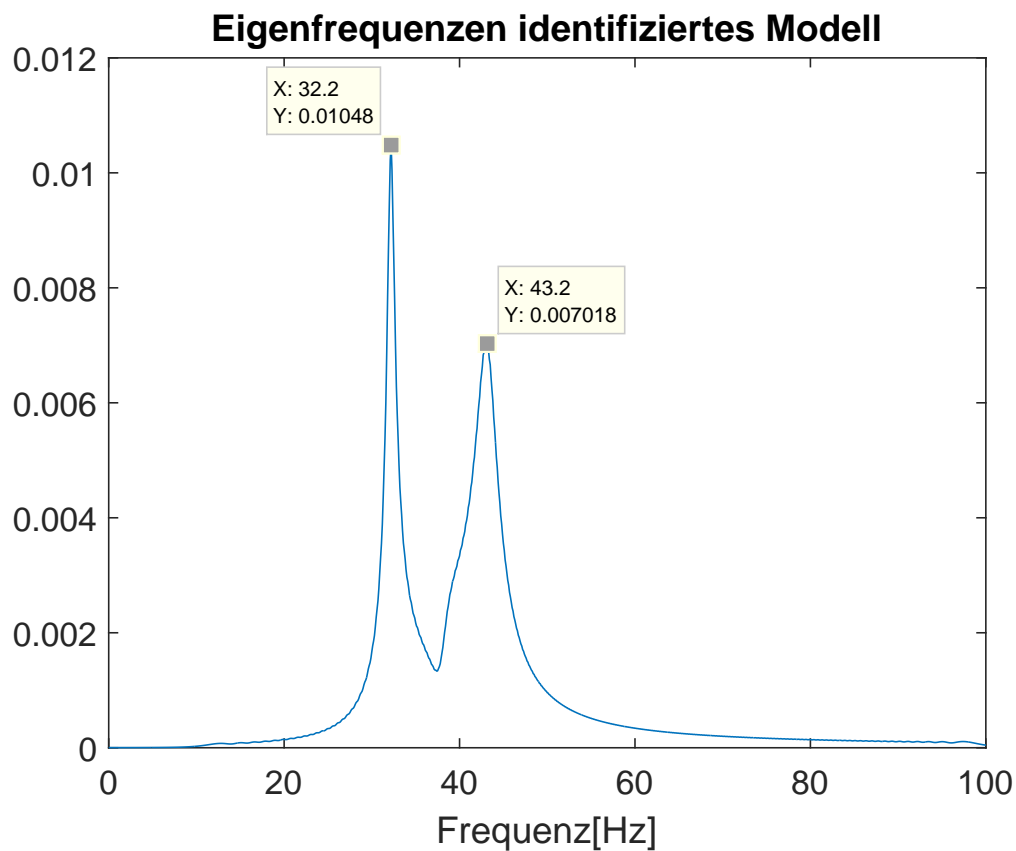


Abbildung 4.5: Eigenfrequenzen des identifizierten Systems.

Nur die erste Eigenfrequenz der unteren Platte wurde beim identifizierten Modell nicht erkannt.

4.3 Vergleich der beiden Methoden

Mit Simulink wird ein Vergleich zwischen mathematischem Modell und identifiziertem Modell durchgeführt. Dabei ist zu beachten, dass das Ausgangssignal des identifiziertes Modells eine Beschleunigung darstellt und das Ausgangssignal des mathematischen Modells eine Geschwindigkeit darstellt. Deshalb wird das Ausgangssignal des identifizierten Modells noch einmal integriert um einen Vergleich herzustellen. In Abbildung 4.6 sieht man das Simulationsmodell für den Vergleich.

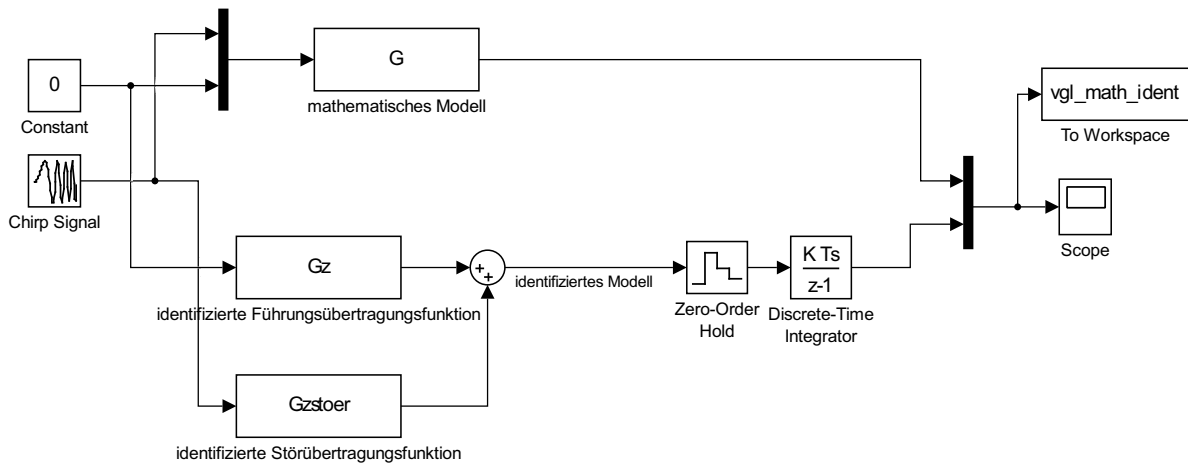


Abbildung 4.6: Simulink Modell des Vergleiches.

Wie man aus Abbildung 4.7 sieht, stimmen die beiden Systeme gut überein. Nur die niedrigen Frequenzen hat das identifizierte System nicht erkannt (Abbildung 4.8). Den MATLAB-Quellcode findet man im Anhang A.3.3.

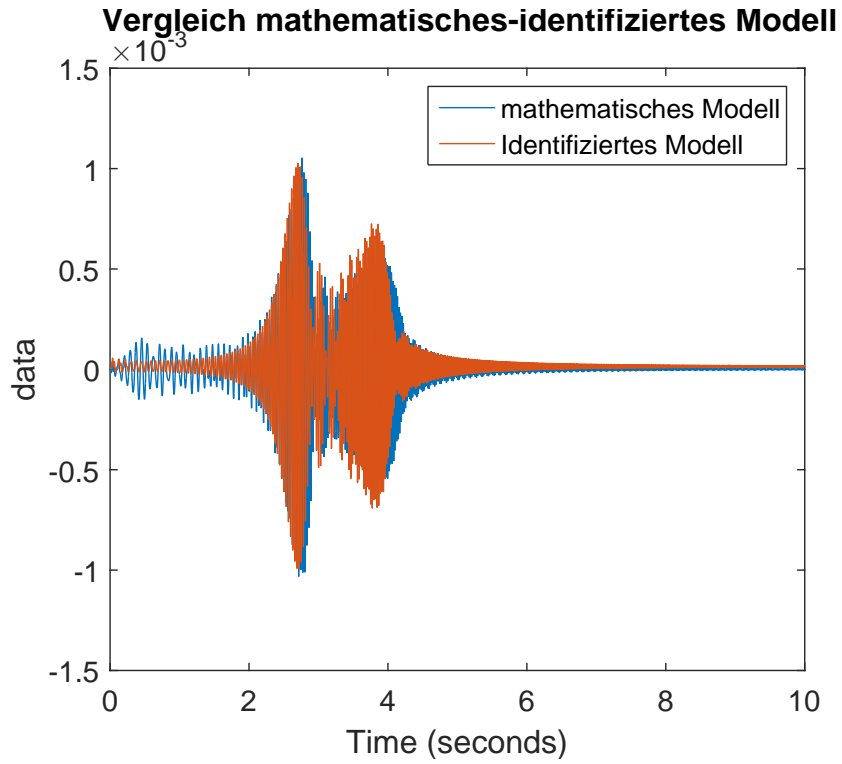


Abbildung 4.7: Vergleich des mathematischen mit dem identifizierten Modell.

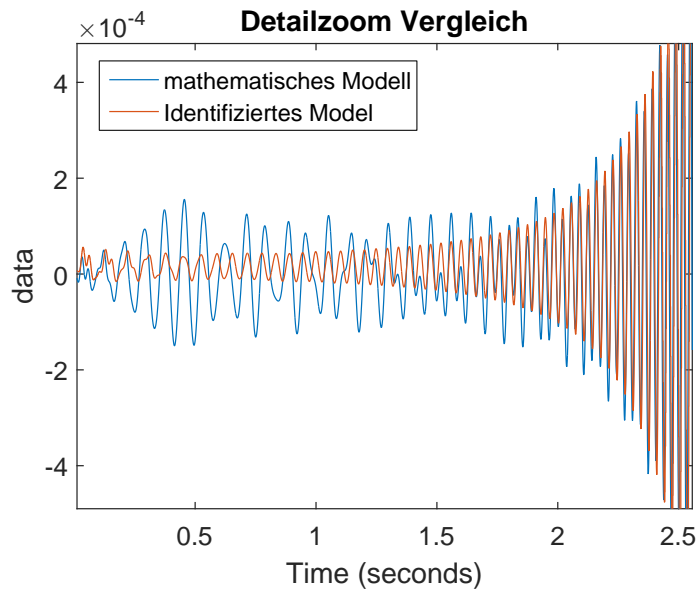


Abbildung 4.8: Detailzoom des Vergleichs der niedrigen Frequenzen.

5 Parameter-Identifikation

Damit die Modellstruktur geeignet ist das System so genau wie möglich zu simulieren, müssen auch die Parameter des Modells so wirklichkeitsnah wie möglich festgelegt werden. Bei schwingenden Systemen spielen die Masse, die Steifigkeit und die Dämpfung eine wichtige Rolle. Am unproblematischsten stellt sich die Masse dar. Für die meisten Bauteile ist die Dichteverteilung bekannt, in der Regel liegt sogar eine konstante Dichteverteilung vor. So kann über die Geometrie und die Dichte die Masse bestimmt werden. Die Steifigkeiten liegen auch für viele Bauteile vor. Es gibt Tabellen mit Steifigkeitsangaben. Sind die Steifigkeiten nicht bekannt, so müssen sie experimentell ermittelt werden. Die Dämpfung stellt den kompliziertesten Parameter dar. Sie kann rechnerisch kaum ermittelt werden. Deswegen sind experimentelle Daten erforderlich [Vö06].

Bei diesem Versuch hat man folgende Parameter:

- Masse Bodenplatte, Masse Referenzplatte, Masse Basspump
- Steifigkeit Basspump, Steifigkeit untere Federn, Steifigkeit obere Federn
- Dämpfung untere Federn , Dämpfung obere Federn, Dämpfung Basspump

Alle Parameter außer die der Basspump wurden in der Bachelorarbeit *Konstruktive Auslegung und Fertigung eines Demonstrators zur aktiven Schwingungsdämpfung* [Rab15] identifiziert und werden in Kapitel 5.3 aufgelistet.

In dieser Arbeit wird die Identifikation der Basspump erläutert. Da bei der Basspump keine Werte für die Parameter Steifigkeit und Dämpfung vorlagen, wurden diese experimentell identifiziert.

5.1 Vorgehensweise

Um die Basspump zu identifizieren, werden Testsignale in das System geschickt und das Verhalten des Ausgangssignals aufgezeichnet. Das Aufnehmen erfolgt dabei über das Echtzeitsystem Arduino¹. Dabei ist zu beachten, dass die aufgenommenen Werte ganzzahlige digitale Werte sind und diese in Spannungseinheiten umgewandelt werden müssen. Bei diesem Arduino wird mit 12 Bit gearbeitet, das heißt dass Zahlen von 0 bis 4095 aufgenommen werden. Der Arduino hat eine Betriebsspannung von 3,3 Volt. Somit werden die aufgenommenen Werte y wie folgt umgewandelt:

$$y = \frac{y_{12Bit}}{4095} \cdot 3,3V - \text{offset} \quad (5.1)$$

¹siehe Kapitel 3.3

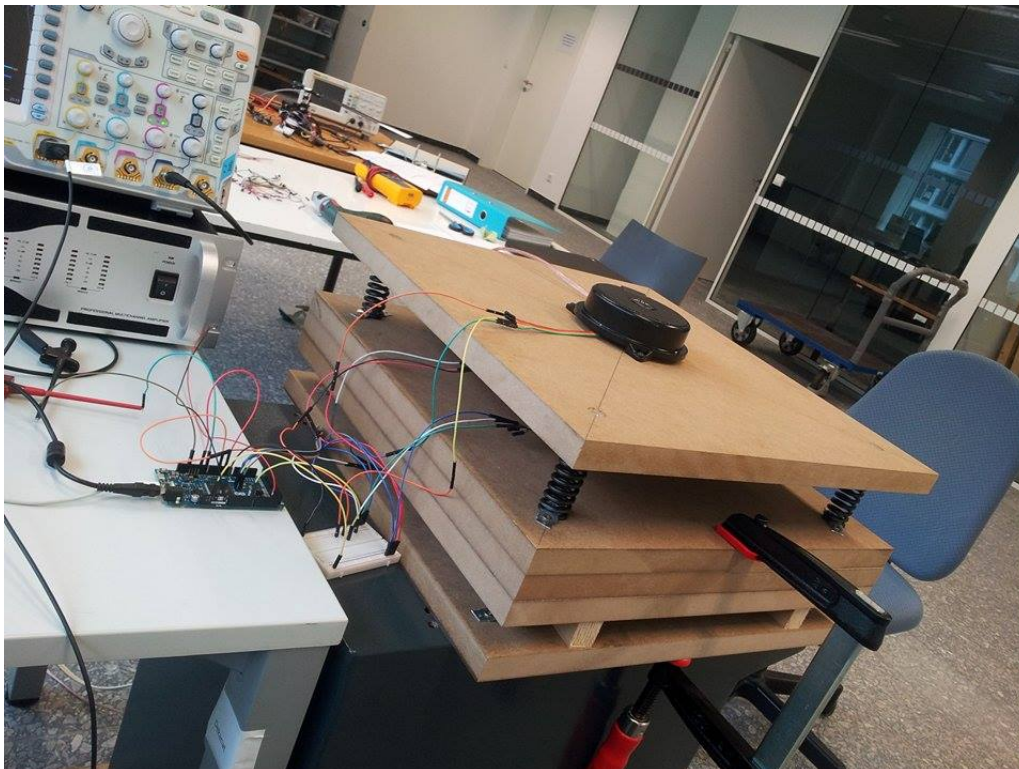


Abbildung 5.1: Parameteridentifikation am Demonstrator.

5.1.1 FFT-Analyse

Um die Eigenfrequenz der Basspumpe zu identifizieren, wird als Eingangssignal über einen Funktionsgenerator ein Chirp-Signal angelegt. Ein Chirp-Signal ist eine Sinusfunktion mit konstanter Amplitude, dessen Frequenz stetig und periodisch einen vorgegebenen Frequenzbereich durchläuft.

Zur Identifikation der Eigenfrequenz wendet man die FFT-Analyse¹ an. Bevor man die FFT-Analyse erklärt, muss man mit der Fouriertransformation (FT) und mit der diskreten Fourier-Transformation (DFT) vertraut sein.

Fourier-Transformation (FT)

Durch die Fouriertransformation werden nicht-periodische Funktionen in ihren spektralen Anteilen zerlegt. Die folgende Erklärung wurde aus [Mey11] entnommen.

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (5.2)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (5.3)$$

¹Fast-Fourier-Transformation-Analyse

Diese beiden Gleichungen gehören zu den grundlegendsten Beziehungen der Systemtheorie. Gleichung (5.2) heißt Fourier-Transformation und beschreibt die Abbildung vom Zeitbereich $x(t)$ in den Frequenzbereich $X(j\omega)$. Gleichung (5.3) heißt Inverse-Fourier-Transformation (IFT) und beschreibt die Abbildung vom Frequenzbereich $x(j\omega)$ in den Zeitbereich $X(t)$.

Diskrete-Fourier-Transformation (DFT)

Im Falle von abgetasteten Funktionen stellt sich die Frage nach einem effizienten Algorithmus zur Fourier-Transformation dieser Zahlenfolge. Die Berechnungsvorschrift für die diskrete-Fourier-Transformation einer Folge $x(n)$ der Länge N mit $n = 0, 1, \dots, N - 1$ lautet:

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi nk/N}, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (5.4)$$

Zur Lösung der Gleichung (5.4) sind N^2 (komplexe) Multiplikationen auszuführen. Die Variable n repräsentiert den Zeitbereich, k den Frequenzspektrum.

Diese Definition wurde aus [Fel10] entnommen.

Fast-Fourier-Transformation (FFT)

Eine spezielle Variante der DFT ist die so genannte Fast-Fourier-Transformation (FFT). Sie ist eine numerisch exakte Lösung der Gleichung (5.4). Sie lässt sich allerdings nur auf Blöcke von $N = 2^m$ ($4, 8, 16, 32, 64, \dots$) Abtastwerte anwenden. Der Vorteil der FFT ist ein geschicktes Vorsortieren von Summanden, das Weglassen überflüssiger Rechenschritte und dadurch die Reduzierung der Rechenschritte auf einen Bruchteil [Fel10].

5.2 Identifikation der Basspump

5.2.1 Dämpfung der Basspump

Der mechanische Teil der Basspump kann vereinfacht als das Modell eines Einmassenschwingers dargestellt werden (siehe Kapitel 4.1.3). Um die Dämpfung der Basspump experimentell zu bestimmen wird die Basspump durch einen Funktionsgenerator ange-regt. Als Testsignal wurde eine Pulsfunktion gewählt. Das Ausgangssignal wird durch den unter der Basspump geklebten Beschleunigungssensor aufgenommen. Durch die Pulsfunktion erhält man die Abklingkurve der Basspump. Aus dieser kann der Dämpfungsfaktor der Basspump ermittelt werden. Der MATLAB Quellcode für das Aufnehmen und Plotten dieser Abbildung findet man im Anhang A.3.4.

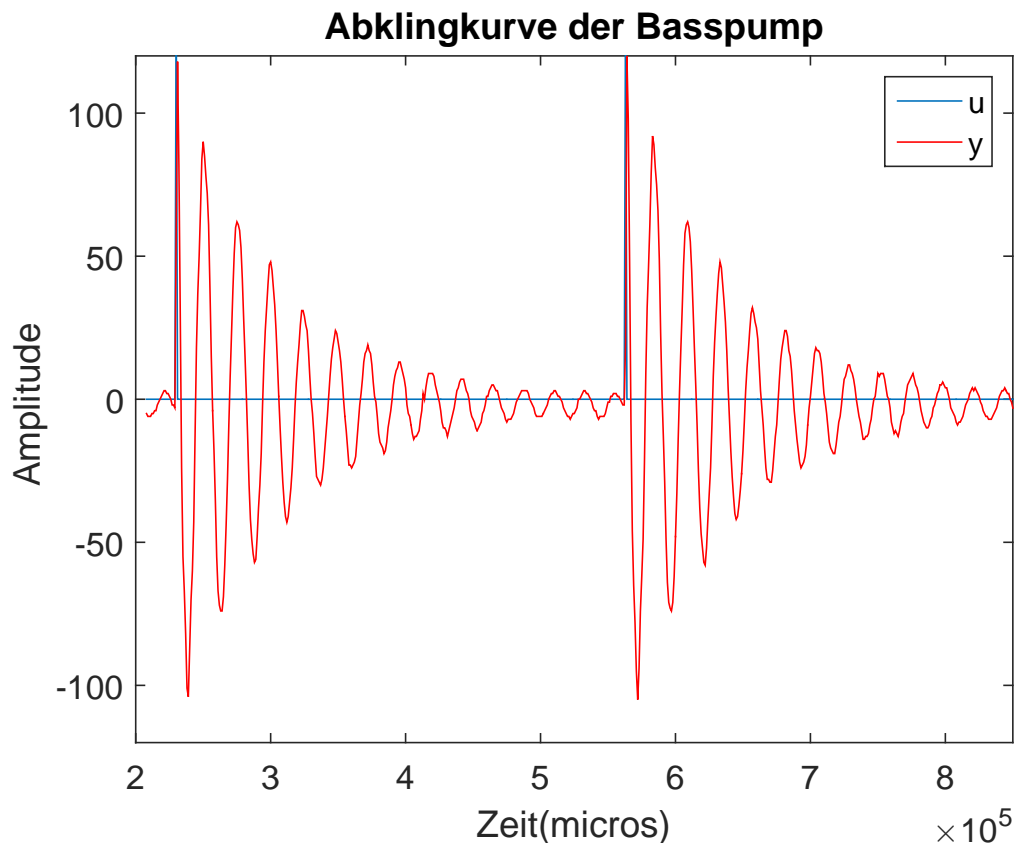


Abbildung 5.2: Abklingkurve der Basspump.

Aus der Abklingkurve kann man den Dämpfungsgrad berechnen und aus dieser die Dämpfungskonstante. Der Dämpfungsgrad lässt sich aus 2 aufeinanderfolgenden Schwingungsamplituden wie folgt ermitteln: Man nehme zwei aufeinander folgende (positive) lokale Maxima q_k und q_{k+1} und ihre dazugehörige Zeitpunkte t_k und t_{k+1} . Die Formel zur Berechnung des Dämpfungsgrades D lautet [Ger15a]:

$$D = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{\left(\ln \frac{q_{k+1}}{q_k}\right)^2} + 1}} \quad (5.5)$$

Die Abklingkonstante berechnet sich wie folgt:

$$\beta = -\ln \left(\frac{q_{k+1}}{q_k} \right) \frac{1}{t_{k+1} - t_k} \quad (5.6)$$

Daraus lässt sich die Dämpfungskonstante berechnen:

$$d = 2m\beta \quad (5.7)$$

Mit MATLAB wurden diese Formeln angewendet und die Werte berechnet.

```
1 % Daempfungsfaktor Bass Pump
2
3 t1=0.25;      % sec
4 t2=0.3;      % sec
5 y1=90;       % Amplitude bei t1
6 y2=48;       % Amplitude bei t2
7 m=0.538;     % Masse der Schwungmasse der Basspump [kg]
8
9 Beta=-log(y2/y1) * (1/(t2-t1))      % Abklingkonstante [1/s]
10 d=2*m*Beta                          % Daempfungsfaktor [Ns/m]
11 D=1/sqrt(4*pi^2/(log(y2/y1))^2+1)  % dimensionslose Daempfung
```

Für die Basspump wurden somit folgende Dämpfungswerte berechnet:

$$D = 0,0995$$
$$\beta = 12,5722 \frac{1}{s}$$
$$d = 13,5277 \frac{Ns}{m}$$

Der Dämpfungsgrad D beschreibt, wie stark die Scheitelwerte nach einer vorgegeben Zahl N von Schwingungszyklen abgeklungen sind. Der Abklingfaktor β gibt an, wie schnell die Hüllkurve, unabhängig von der Zahl der Oszillationen, absinkt [GKL12].

5.2.2 Steifigkeit der Basspump

Um die Steifigkeit der Basspump zu identifizieren, nutzt man die in Kapitel 5.1.1 erläuterte FFT-Analyse. Es wird wieder das Eingangs- und das Ausgangssignal aufgenommen. Um alle Frequenzen des Systems zu sehen, gibt man als Eingangssignal ein Chirp-Signal von 10 Hz bis 80 Hz ein, in einer Zeitspanne von 30 Sekunden mit einer Amplitude von 1 Volt. Das Ausgangssignal wird wieder am Beschleunigungssensor, das unter der Basspump aufgeklebt ist, aufgenommen. In Abbildung 5.3 sieht man den zeitlichen Verlauf von Eingangs- und Ausgangssignal.

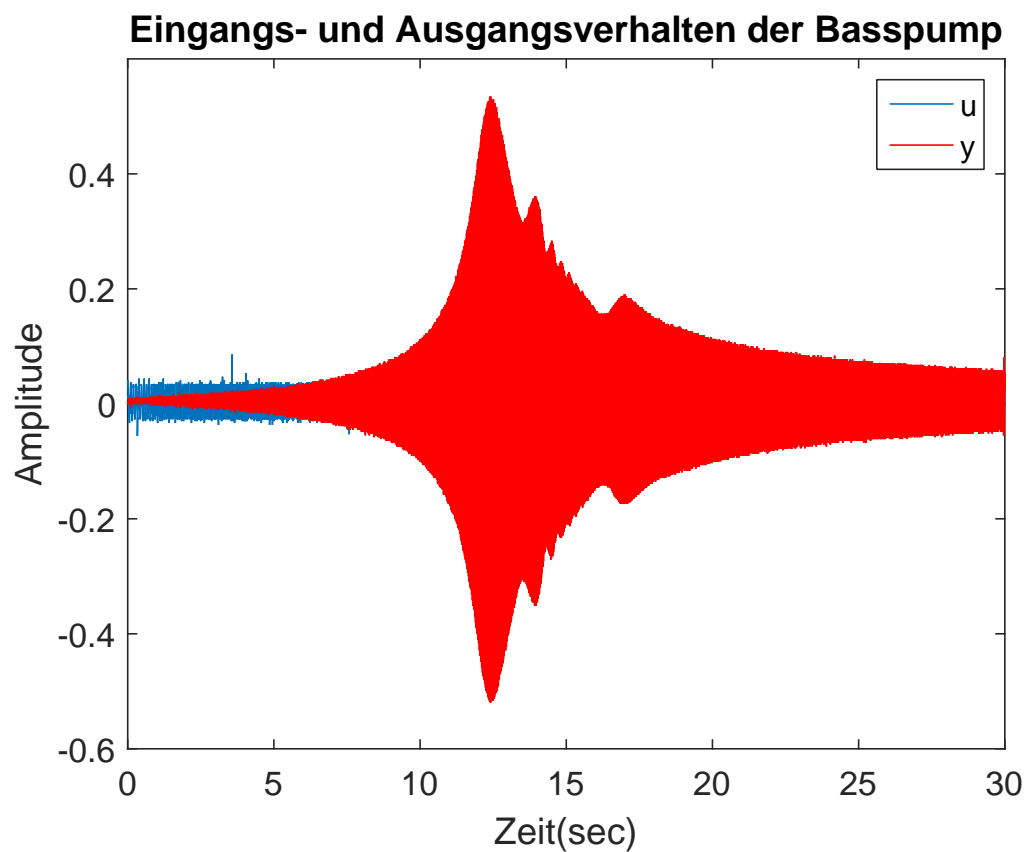


Abbildung 5.3: Ein- und Ausgangsverhalten bei Chirp Signal.

Die Daten der Eingangs- und Ausgangssignale werden dann mit der FFT-Analyse in seine Frequenzanteile zerlegt. Dies wurde mit MATLAB implementiert. Den MATLAB-Code zur FFT-Analyse findet man im Anhang A.3.6.

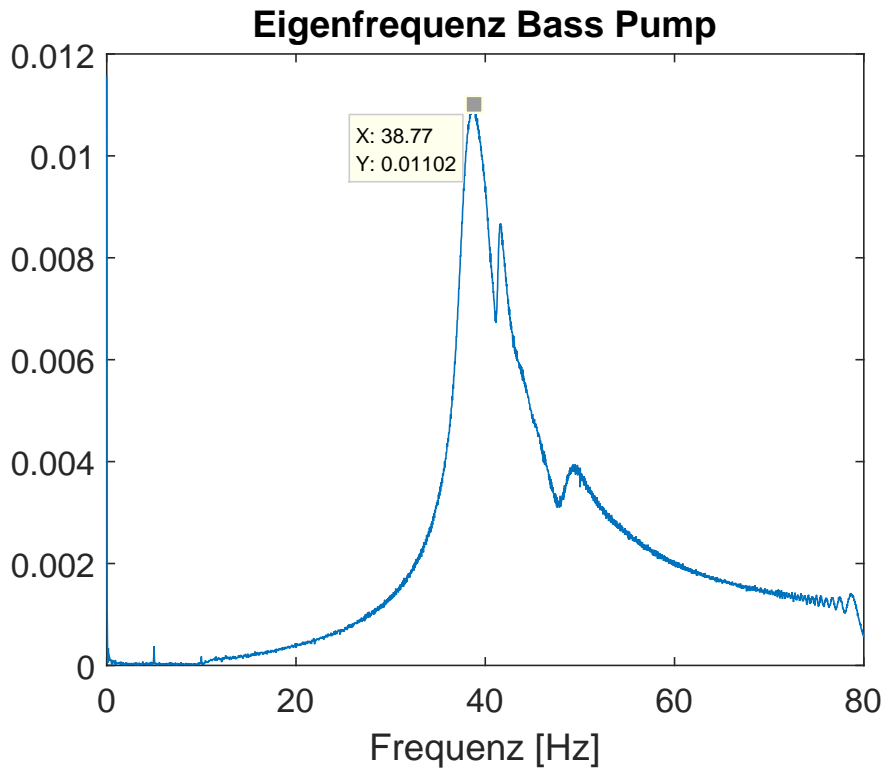


Abbildung 5.4: Frequenzanteile der Basspumpe.

Aus der FFT-Analyse (Abbildung 5.4) sieht man eine Resonanzfrequenz. Die zwei anderen Peaks sind Nichtlinearitäten im System. Die Eigenfrequenz der Basspumpe lautet:

$$f_{BP} = 38,77\text{Hz} \quad (5.8)$$

Aus diesen Werten kann man sich die Steifigkeit der Bass Pump ermitteln. Der Zusammenhang zwischen Frequenz und Federsteifigkeit ist über die Kreisfrequenz ω gegeben,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.9)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (5.10)$$

Daraus folgt die Formel für die Federsteifigkeit:

$$k = 4\pi^2 f^2 m \quad (5.11)$$

Durch Einsetzen von 5.8 erhält man die Steifigkeiten der Basspumpe,

$$k_{BP} = 4 \cdot \pi^2 \cdot \left(38,77 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0,538 \text{kg} = 30944,7 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]. \quad (5.12)$$

5.3 Parameter

Die in diesem Kapitel und in der Arbeit *Konstruktive Auslegung und Fertigung eines Demonstrators zur aktiven Schwingungsdämpfung* [Rab15] ermittelten Parameter werden zum besseren Verständnis in einer Tabelle zusammengefasst.

Bezeichnung	Parameter	Größe	Einheit	ermittelt durch
	m_1	13,87	kg	Waage
	m_2	4,78	kg	Waage
	m_{BP}	0,538	kg	Waage
	m_T	0,538	kg	Waage
	k_1	110930	$\frac{N}{m}$	Eigenfrequenz
	k_2	145050	$\frac{N}{m}$	Eigenfrequenz
	k_{BP}	30944	$\frac{N}{m}$	Eigenfrequenz
	k_T	30944	$\frac{N}{m}$	Eigenfrequenz
	d_1	22,0897	$\frac{Ns}{m}$	Ausklingversuch
	d_2	13,5799	$\frac{Ns}{m}$	Ausklingversuch
	d_{BP}	13,52	$\frac{Ns}{m}$	Ausklingversuch
	d_T	13,52	$\frac{Ns}{m}$	Ausklingversuch
	L	$442 \cdot 10^9$	H	Schwingkreis
	R	3,06	Ω	Schwingkreis
	T	0,12	$\frac{N}{A}$	Experiment
	V	4	-	

Tabelle 5.1: Parameternaufzählung.

6 Regelung

In diesem Kapitel wird eine Regelung dieses Systems entworfen. Es werden die Grundlagen der Regelungstechnik erläutert, die digitale Regelung erklärt und es wird der Entwurf eines P-Reglers am System durchgeführt.

6.1 Grundlagen der Regelungstechnik

Die Regelungstechnik ist eine wichtige Disziplin der Mechatronik. Die Definition nach Roddeck [Rod12] lautet:

Die Regelung ist ein Vorgang, bei dem der vorgegebene Wert einer Größe fortlaufend durch Eingriff aufgrund von Messungen dieser Größe hergestellt und aufrecht erhalten wird. Hierdurch entsteht ein Wirkungsablauf, der sich in einem geschlossenen Kreis (Regelkreis) vollzieht, denn der Vorgang läuft ab aufgrund von Messungen einer Größe, die durch den Vorgang selbst wieder beeinflusst wird. Dieser Wirkungskreis wird Regelkreis genannt. Eine selbsttätige Regelung liegt vor, wenn dieser Vorgang ohne menschliches Zutun abläuft.

Eine andere kürzere Definition der Regelung findet man in Braun [Bra05].

Unter einer Regelung versteht man die gezielte Beeinflussung einer Eingangsgröße eines zu regelnden Systems, damit die Ausgangsgröße, d.h. die Regelgröße des Systems, den Wunschwert möglichst schnell und möglichst genau annimmt.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels der Grundlagen geht man von der Regelung eines dynamischen Systems aus. Als dynamisches System wird eine Funktionseinheit bezeichnet, deren wichtigsten Kenngrößen sich zeitlich ändern und die deshalb als Funktionen der Zeit dargestellt werden [Lun14a].

6.1.1 Grundbegriffe

Durch die genannten Definitionen der Regelungstechnik entstehen einige Begriffe der Regelungstechnik, die erläutert werden müssen. Die folgenden Definitionen wurden aus [Bra05] entnommen.

- Das zu regelnde System wird in der Regelungstechnik als **Regelstrecke G** bezeichnet. Die Regelstrecke wird oft in der Modellbildung als mathematisches Modell des Systems hergeleitet.

- Die **Regelgröße** y ist eine Größe der Regelstrecke, die geregelt werden soll. Diese Größe wird durch ein Messinstrument, zum Beispiel durch einen Sensor, aufgenommen.
- Die Eingangsgröße wird **Führungsgröße** w genannt und ist die Größe, die in einem Regelsystem angestrebt werden soll.
- Die Differenz aus Führungsgröße w und zurückgeführter Regelgröße y nennt man **Regelabweichung** e . Daraus bildet sich der eigentliche **Regler R**.
- Die Ausgangsgröße des Reglers wird **Stellgröße** u bezeichnet und wirkt korrigierend auf die Regelstrecke.
- Die **Störgröße** d wirkt nachteilig auf die Regelstrecke und wird durch den Regelkreis beseitigt oder möglichst klein gehalten.

6.1.2 Regelkreis

Aus diesen Begriffen lässt sich deutlich ein Regelkreis ableiten. Ein einfacher Regelkreis ist in Abbildung (6.1) beschrieben.

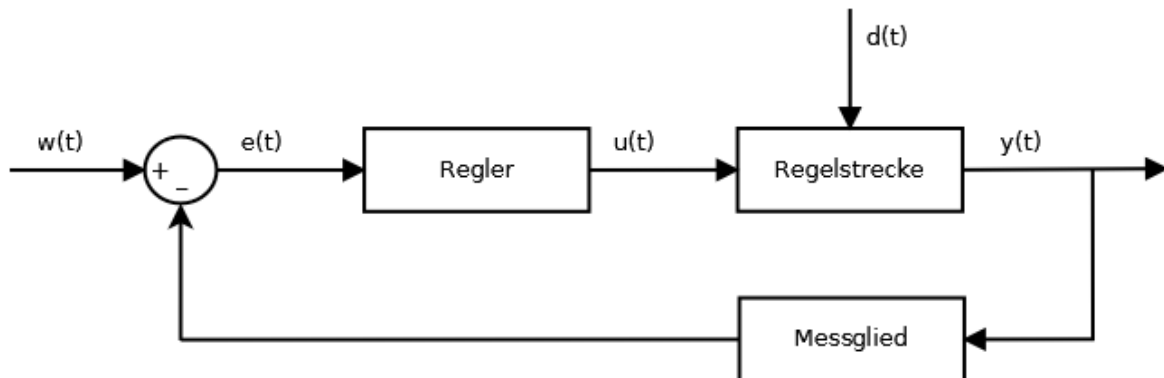


Abbildung 6.1: Regelkreis.

Aus dem Regelkreis kann die prinzipielle Wirkungsweise einer Regelung erklärt werden. Jede Regelung beinhaltet drei wichtige Schritte [Lun14a] :

- **Messen:** Die Regelgröße wird entweder direkt gemessen oder bei nicht direkt messbaren Regelgrößen aus anderen Messgrößen berechnet.
- **Vergleichen:** Der Wert der Regelgröße wird mit dem Wert der Führungsgröße verglichen. Die Differenz zwischen beiden Größen ist die Regelabweichung.
- **Stellen:** Aus der Regelabweichung wird unter Berücksichtigung der dynamischen Eigenschaften der Regelstrecke die Stellgröße bestimmt.

6.2 Digitale Regelung

Die Umsetzung eines Regelungskonzeptes für ein mechatronisches System erfolgt in der Regel mit einem Mikrorechner. Damit ist es notwendig eine digitale Regelung zu entwerfen und die zeitkontinuierlichen Größen, die wir bis jetzt behandelt haben, in zeitdiskreten Abtastfolgen umzuwandeln [Jan10].

Die Rechenprozesse und die Signalumwandlungen verlangsamen die Regelvorgänge, was ein erheblicher Nachteil der digitalen Regelung ist. Vorteile der digitalen Regelung sind, dass die digitalen Regler leistungsfähiger und preisgünstiger als analoge Regler sind und die Methoden und Werkzeuge der Informationstechnologie im vollen Umfang für die Regelungszwecke anwendbar sind [ZR14].

6.2.1 Digitaler Regelkreis

Abbildung (6.2) zeigt den prinzipiellen Aufbau eines digitalen Regelkreises. Die Führungsgröße $w(t)$ wird vorgegeben und wird durch einen A/D-Wandler¹ in einem digitalen Wert $w(k)$ umgewandelt. Die Regelgröße des Systems $y(t)$ wird durch eine Messeinrichtung aufgenommen und in einer zeitkontinuierlichen Größe $\tilde{y}(t)$ umgesetzt. Da ein Mikrorechner nur digitale Größen verarbeiten kann, wird diese Größe in einen digitalen Wert $\tilde{y}(k)$ umgewandelt. Mit der Führungsgröße $w(k)$ und mit der Regelgröße $\tilde{y}(k)$ berechnet sich der Mikrorechner die Stellgröße $u(k)$, die durch einen D/A-Wandler² in eine zeitkontinuierliche Stellgröße $u(t)$ umgewandelt wird. Diese steuert ein Stellglied, welches auf die Regelstrecke wirkt. Diese steuert ein Stellglied, welches auf die Regelstrecke wirkt.

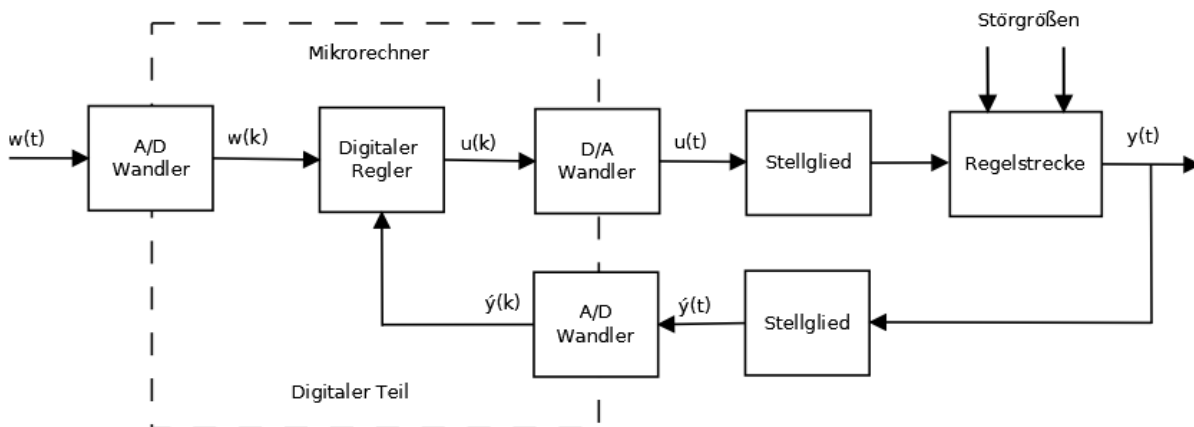


Abbildung 6.2: Digitaler Regelkreis entnommen aus [Ger15b].

In den weiteren Betrachtungen können der A/D- und der D/A-Wandler vernachlässigt werden, weil moderne Reglerbausteine mit einer so großen Auflösung arbeiten, dass der Quantisierungsfehler der A/D-Wandlung nicht ins Gewicht fällt und das digital codierte

¹Analog/Digital-Wandler

²Digital/Analog-Wandler

Signal wie ein reellwertiges Signal behandelt werden kann. Wesentlich sind die Abtastung des Signals sowie die Verwendung des Haltegliedes. Beide Elemente führen dazu, dass die Signale von Regler und Regelstrecke im Folgenden nur zu den durch den Abtaster vorgegebenen Zeitpunkten betrachtet werden [Lun14b].

6.2.2 Abtaster

Eine gute Erklärung eines Abtasters findet man in [Lun14b]. Der Übergang vom kontinuierlichen Signal $y(t)$ zur Wertefolge $y(k)$ erfolgt durch den Abtaster, der zu den Zeitpunkten $t = kT$ den aktuellen Wert $y(kT)$ der Ausgangsgröße an den Regler überträgt. Bei zeitdiskreten Systemen wird angenommen, dass die Abtastpunkte zeitlich äquidistant sind. Dabei ist t die natürliche Zeit, k die Nummer des betreffenden Abtastzeitpunktes und T_a die Abtastzeit.

Eine wichtige Eigenschaft des Abtasters ist die gewählte Abtastzeit T_a , aus der auch die Abtastkreisfrequenz berechnet werden kann.

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T_a} \quad (6.1)$$

Abtasttheorem

Eine sinnvolle zeitliche Diskretisierung liegt vor, wenn die Veränderungen des analogen Signals durch die Abtastfolge gut wiedergegeben werden. Damit das analoge Signal aus der Abtastfolge durch eine Interpolation hinreichend genau wieder gewonnen werden kann, muss ein sich schnell änderndes Signal häufiger als ein relativ langsam veränderliches Signal abgetastet werden [Wer12].

Um Aliasing¹ zu verhindern, besagt das Shannonsche Abtasttheorem², dass die Abtastfrequenz ω_T größer wie zweimal die größte auftretende Frequenz ω_{max} sein muss.

$$\omega_T > 2\omega_{max} \quad (6.2)$$

6.2.3 Halteglied

Die Definition des Haltegliedes wurde aus [Lun14b] und [Wer12] entnommen. Das Halteglied wandelt die Wertefolge $u(k)$ in ein kontinuierliches Signal $u(t)$ um. Es hält den jeweiligen Abtastwert bis zu Eintreffen des nächsten Impulses konstant. Daraus entsteht eine so genannte Treppenfunktion.

6.2.4 Wahl der Abtastzeit

Um eine geeignete Abtastzeit zu wählen, findet man in [Lun14b] einige Kriterien zur Wahl der Abtastzeit.

¹Reduktion der Frequenz eines Signals durch den Abtastvorgang (Alias-Effekt) [Lun14b].

²benannt nach Claude Elwood Shannon (1916-2001)

- Aus regelungstechnischer Sicht soll die Abtastzeit so klein wie möglich gewählt werden, damit das zeitdiskrete System dieselben Eigenschaften haben kann wie das kontinuierliche System.
- Um den Realisierungsaufwand klein zu halten, soll die Abtastzeit so groß wie möglich gewählt werden.
- Das in 6.2 erläuterte Shannonsche Abtasttheorem muss erfüllt sein.

Nach diesen Kriterien und aus den Möglichkeiten des Mikrorechners wurde folgende Abtastzeit gewählt:

$$T_a = 0,001 \text{ s} \quad (6.3)$$

6.2.5 z-Transformation

In zeitkontinuierlichen Regelkreisen wirkt ein analoges Signal auf den Eingang eines kontinuierlichen Elements. Die kontinuierliche Funktionen $f(t)$ werden nach Laplace transformiert.

In digitalen Regelkreisen wirkt eine Impulsfolge auf den Eingang eines kontinuierlichen Elements. Es entsteht eine zeitdiskrete und wertediskrete Signalfolge. Die Zeit ist durch die Abtastung $t = kT$ diskretisiert. Die Impulse $\delta(t - kT)$ sind zeitlich voneinander um die Abtastzeit verschoben. Die Funktion $f(t)$ wird durch die Folge $f(k)$ bzw. die folgende Summe dargestellt:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)\delta(t - kT). \quad (6.4)$$

Wendet man die Laplace-Transformation auf 6.4 an, so erhält man:

$$f(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)e^{-kTs}. \quad (6.5)$$

Für e^{sT} führt man die komplexe Variable z ein,

$$z = e^{sT} \quad (6.6)$$

Setzt man (6.6) in (6.5) ein, erhält man die z-Transformierte der Folge $f(k)$.

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}. \quad (6.7)$$

Aus der Definition geht hervor, dass die z-Transformation eine spezielle Art der Laplace-Transformation ist.

Diese Definition wurde aus [ZR14] und [Lun14b] entnommen.

6.3 Reglerentwurf

Die Entwurfsaufgabe geht aus den in Abbildung 6.1 beschriebenen Standard-Regelkreis aus. Gegeben sei ein Modell des Systems, das die Regelstrecke repräsentiert. Diese wird mit einem zu entwerfenden Regler zum Regelkreis geschlossen. Der Regelkreis besitzt mit der Führungsgröße $w(t)$ und der Störgröße $d(t)$ zwei Eingangsgrößen und eine zu regelnde Ausgangsgröße $y(t)$ [Lun14a].

Beim Reglerentwurf müssen vier Anforderungen an den Regelkreis gestellt werden [Lun14a].

1. Stabilitätsforderung:

Der Geschlossene Regelkreis muss asymptotisch stabil sein. Die Definitionen von asymptotischer Stabilität findet man in [Lun14a].

Man bezeichnet ein dynamisches System als asymptotisch stabil, wenn für beliebige Anfangswerte $x(0) \neq 0$ gilt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (6.8)$$

Leicht prüfbar ist die Definition: Ein dynamisches System ist asymptotisch stabil, wenn für alle n Eigenwerte λ_i der Dynamikmatrix A gilt:

$$\operatorname{Re}(\lambda_i) < 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.9)$$

2. Forderung nach Störkompensation und Sollwertfolge:

Für vorgegebene Klassen von Führungs- und Störsignalen soll die Regelgröße asymptotisch folgen,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (w(t) - y(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (6.10)$$

3. Dynamikanforderungen:

Die Dynamikanforderungen wenden sich an das Übergangsverhalten und damit an die Art und Weise, wie sich $y(t)$ an $w(t)$ annähert.

4. Robustheitsforderungen:

Der an einem Modell der Regelstrecke entworfene Regler soll die Forderungen 1-3 auch dann an der realen Regelstrecke erfüllen, wenn das verwendete Modell die Regelstrecke nicht exakt wiedergibt.

6.3.1 Reglerentwurf des aktiven Schwingungsdämpfers

Um einen Regler des aktiven Schwingungsdämpfers zu entwerfen, geht man von dem in Kapitel 4 hergeleiteten Modell des Systems aus. Dieses Modell ist zeitkontinuierlich. Für die Regelung des Systems muss es in ein zeitdiskretes Modell umgewandelt werden. Dies wurde mit der in 6.2.5 erläuterten z -Transformation durchgeführt. Implementiert wurde es mit dem Matlab-Befehl `c2d`¹. Als Regelgröße wird die Geschwindigkeit $v_2 = \dot{x}_2$ der Referenzplatte gewählt. Ziel eines aktiven Schwingungsdämpfers ist die Referenzplatte

¹continuous to discrete

6.3. REGLERENTWURF

trotz einwirkender Kräfte in Ruhe zu halten. Damit muss die Geschwindigkeit der Referenzplatte Null werden. Als Führungsgröße dient also eine konstante Zahl Null. Die Störgröße kann man als Sinusschwingung mit einer Amplitude und Frequenz betrachten. Das in Kapitel 4 hergeleitete Modell wird an den in 6.3 erläuterten Anforderungen geprüft. Dies geschieht rechnergestützt mit Matlab:

```
1 % Reglerentwurf:
2
3 close all
4 clear all
5 format compact
6 parameter;
7
8 % Zustandsraum-Modell mit einem Eingang
9
10 A=[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
11     -1/m1*(k1+k2+kBP) -1/m1*(d1+d2+dBP) k2/m1 d2/m1 kBP/m1 dBP/m1 0 ...
12     0 -T/m1 0;
13     0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
14     k2/m2 d2/m2 -(k2+kT)/m2 -(d2+dT)/m2 0 0 kT/m2 dT/m2 0 -T/m2;
15     0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
16     kBP/mBP dBP/mBP 0 0 -kBP/mBP -dBP/mBP 0 0 T/mBP 0;
17     0 0 kT/mT dT/mT 0 0 -kT/mT -dT/mT 0 T/mT;
18     0 T/L 0 0 0 -T/L 0 0 -R/L 0;
19     0 0 0 T/L 0 0 0 -T/L 0 -R/L];
20
21 b=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/L*V]';
22
23 cT=[0 0 0 1 0 0 0 0 0 0];
24
25 d=0;
26
27 % 1. Stabilitätsanforderung
28 eigenwerte=eig(A)
29
30 % Zustandsraummodell erstellen
31 SYS=ss(A,b,cT,d);
32
33 % zeitkontinuierliche Uebertragungsfunktion
34 G=tf(SYS);
35
36 % Uebertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises
37 Gw=G/(1+G);
38
39 % Sprungantwort plotten
40 step(Gw)
```

```
eigenwerte =
 1.0e+06 *
```



```

-6.9231 + 0.0000i
-6.9231 + 0.0000i
-0.0000 + 0.0001i
-0.0000 - 0.0001i
-0.0000 + 0.0003i
-0.0000 - 0.0003i
-0.0000 + 0.0002i
-0.0000 - 0.0002i
-0.0000 + 0.0002i
-0.0000 - 0.0002i

```

Die Realteile der Eigenwerte der Dynamikmatrix A des Systems sind alle kleiner Null, das heißt die Anforderung (6.9) ist erfüllt und das System ist asymptotisch stabil. Das ist die wichtigste Anforderung, damit ein Regler überhaupt entworfen werden kann. Als Nächstes wurde das Verhalten des geschlossenen Kreises für eine ausgewählte Testfunktion beobachtet. Als Testfunktion wurde eine Sprungfunktion¹ gewählt.

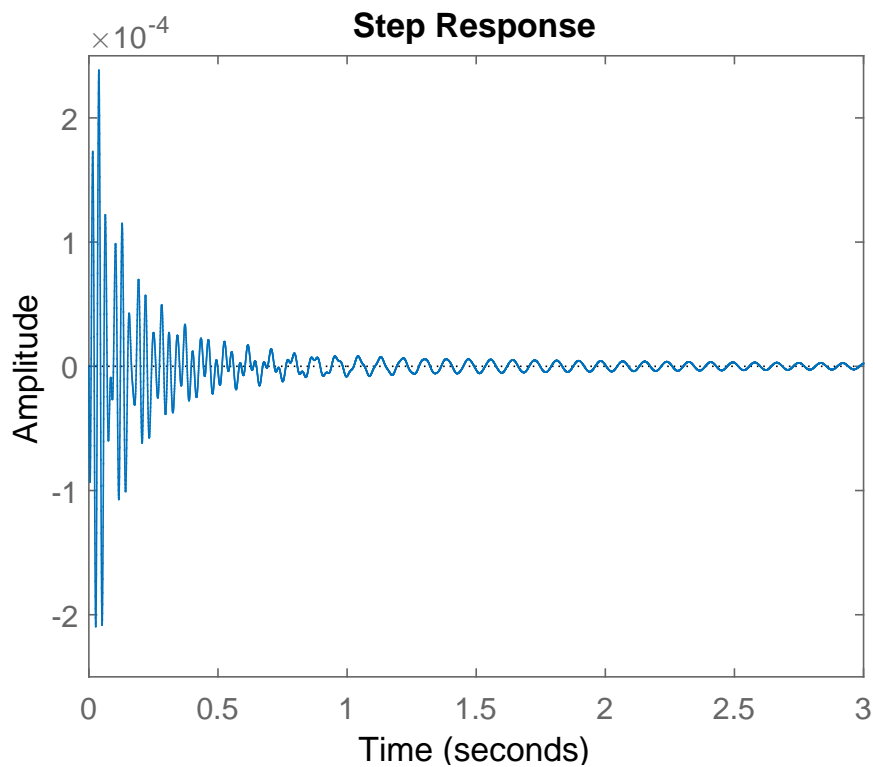


Abbildung 6.3: Verhalten des Systems bei einer Sprungfunktion.

¹in Matlab mit step

Wie man aus Abbildung 6.3 sieht, klingt das System ab und geht nach einer gewissen Zeit gegen Null.

6.3.2 P-Regler

Aus diesem Verhalten des Systems wird ein geeigneter Regler gewählt. Da die Regelgröße nicht eine konstante Größe ist, sondern sich durch die Schwingungen ständig ändert, können keine Dynamikanforderungen vorgegeben werden. Die Idee ist es, einen P-Regler so zu entwerfen, dass der Regler den Frequenzbereich rund um die Eigenfrequenz der Referenzplatte tilgt. Die Eigenfrequenz der Referenzplatte wurde in Kapitel 4.1.4 bestimmt. Sie liegt bei 32,95 Hz. Schaut man sich den Amplitudengang (Abbildung 6.4) des Systems an, so sieht man, dass bei dieser Eigenfrequenz verstärkt wird. Ziel ist, dass diese Frequenz keine Verstärkung erfährt.

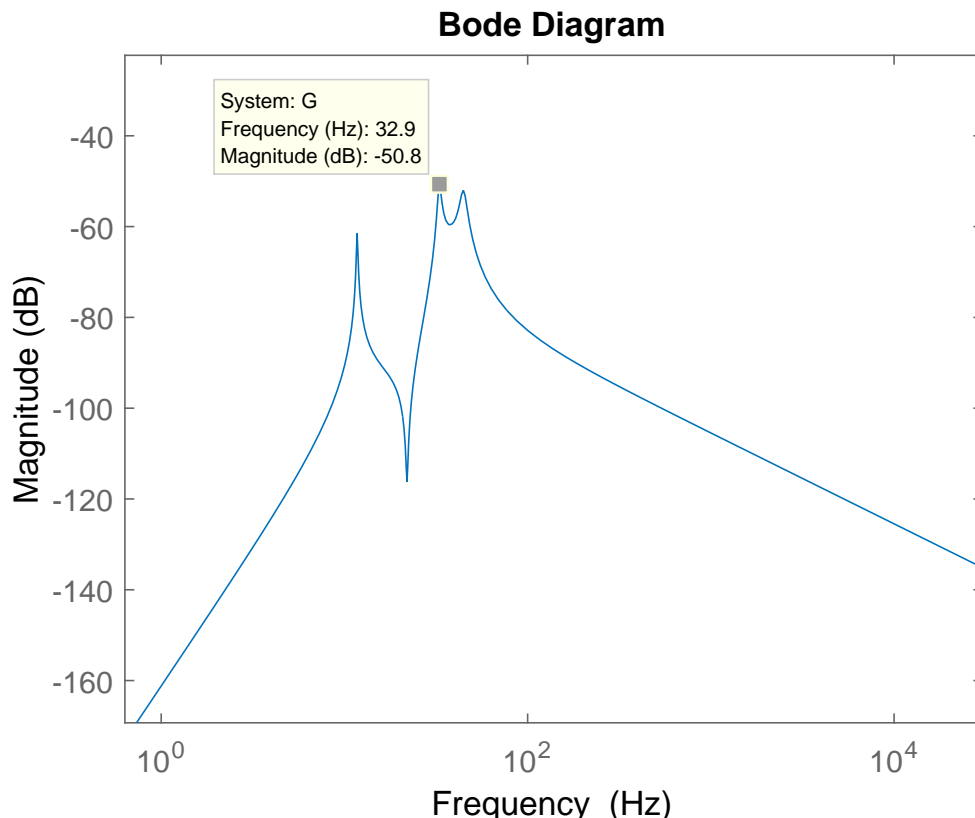


Abbildung 6.4: Bode-Plot ohne Regler.

Deshalb wird ein P-Regler eingesetzt. In [Unb07] ist er wie folgt erklärt. Das P-Glied beschreibt einen rein proportionalen Zusammenhang zwischen der Ein- und Ausgangs-

6.3. REGLERENTWURF

größe,

$$y_a = K_P \cdot x_e \quad (6.11)$$

wobei K_P eine beliebige positive oder negative Konstante darstellt. K_P wird auch als Verstärkungsfaktor bezeichnet. Die Übertragungsfunktion für dieses System lautet:

$$G(s) = K_P. \quad (6.12)$$

Durch den Verstärkungsfaktor wird der Amplitudengang so angehoben, dass bei der Eigenfrequenz der Referenzplatte keine Verstärkung mehr vorliegt. Dies wurde wie folgt in Matlab implementiert.

```
1 % P-Regler
2
3 Ta=0.001;
4
5 Gsd=c2d(G, Ta, 'zoh');           % Diskretete Uebertragungsfunktion
6 Gsdq=d2c(Gsd, 'tustin');        % q-Transformation
7
8 omegaC=207;                     % Eigenfrequenz der oberen Platte in ...
   [rad/sec]
9
10 [mag phase]=bode(Gsdq, omegaC); % Verstaerkung bei omegaC
11
12 kP=1/mag                        % Verstaerkungsfaktor
13
14 figure                          % Amplitudengang plotten
15 h=bodeplot(G1);
16 setoptions(h, 'FreqUnits', 'Hz', 'PhaseVisible', 'off');
17 hold on; grid on
18 h=bodeplot(kP*Gsdq);
19 setoptions(h, 'FreqUnits', 'Hz', 'PhaseVisible', 'off');
20 legend('G', 'kP*G')
```

```
kP =
    353.6760
```

Es wurde ein Verstärkungsfaktor von 353,6760 bestimmt. Schaut man sich nun den Amplitudengang an, so sieht man, dass bei der Eigenfrequenz der Referenzplatte die Verstärkung 0 dB (entspricht Verstärkung 1) vorliegt (Abbildung 6.5).

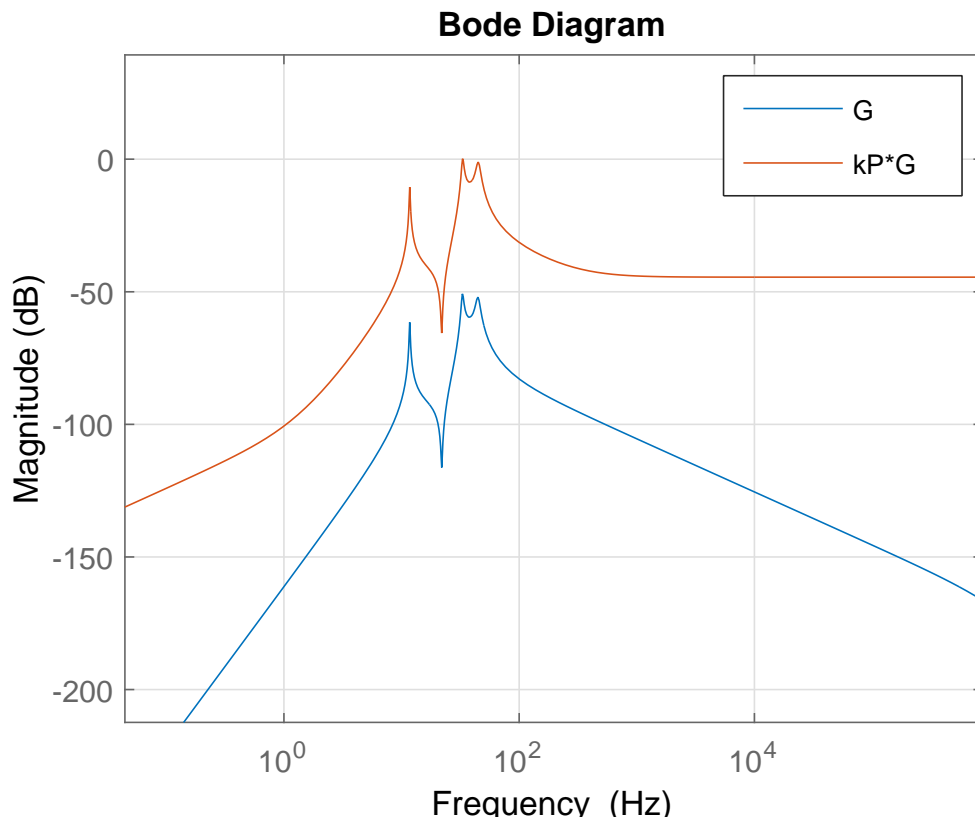


Abbildung 6.5: Vergleich Amplitudengang mit und ohne Regler.

Vergleich mit und ohne Regler

Um die Wirkung des Reglers darzustellen, simuliert man das System in Simulink (Abbildung 6.6). Da der Regler auf die Eigenfrequenz der Referenzplatte ausgelegt wurde, wird als Störgröße eine Sinusschwingung mit 2 V Amplitude und mit einer Frequenz von 32,95 Hz gewählt.

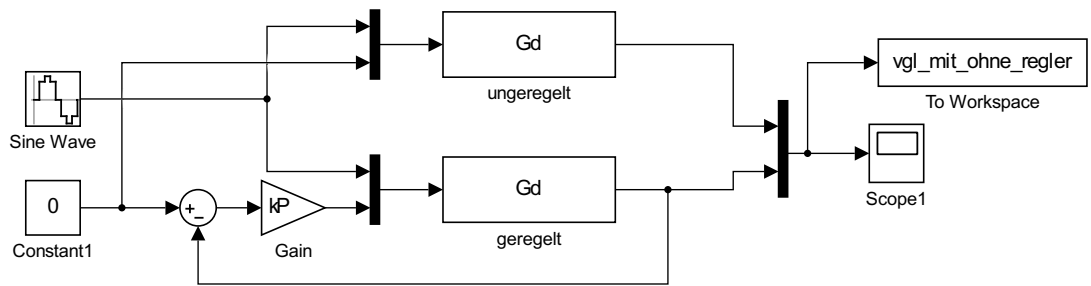


Abbildung 6.6: Simulink Modell mit und ohne Regler.

Wie man aus Abbildung 6.7 sieht, wird fast um die Hälfte der Schwingungsamplituden gedämpft.

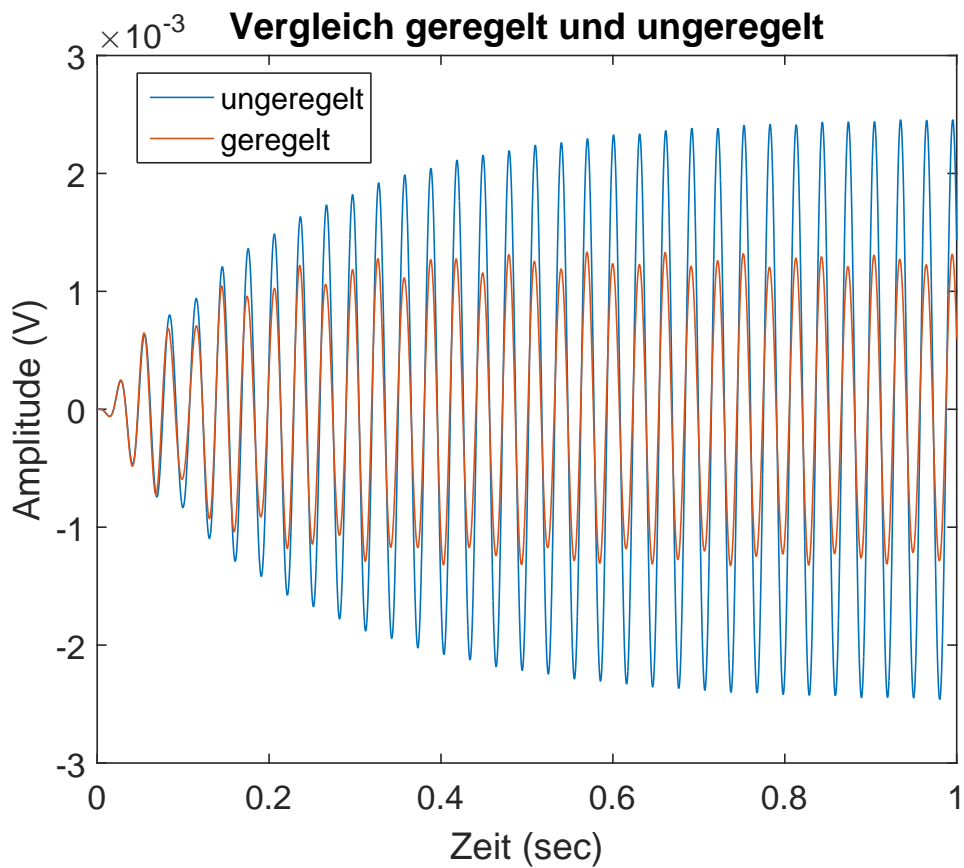


Abbildung 6.7: Vergleich mit und ohne Regler.

6.4 Simulation am realen System

Nachdem ein Regler entworfen worden ist, der stabil ist und das System regelt, wurde der entworfene Regler am Demonstrator getestet. Dazu wurde der Demonstrator mit einem Frequenzgenerator und einen Verstärker über die Basspump angeregt und das System über den Mikroprozessor Arduino geregelt. Das Simulink-Modell, welches auf den Arduino hochgeladen wurde, ist in Abbildung 6.8 abgebildet.

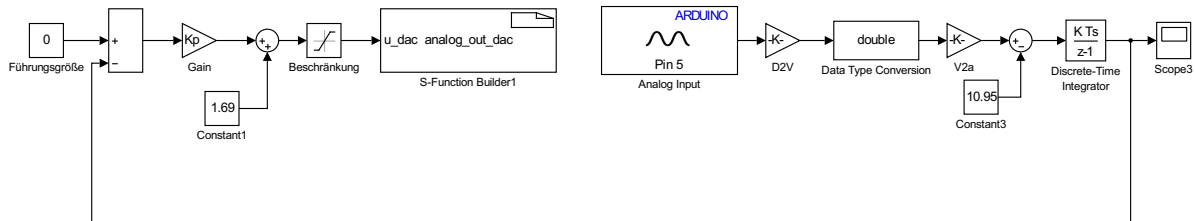


Abbildung 6.8: Regelkreis am Demonstrator.

Am analogen Eingang des Arduinos wird das Signal des Beschleunigungssensor aufgenommen. Dieser wird wie in Kapitel 5.1 beschrieben in Spannung umgewandelt. Die Spannungswerte werden in den Datentyp *double* umgewandelt. Da die Regelgröße die Geschwindigkeit der Referenzplatte ist, muss die Spannung zuerst in eine Beschleunigung umgewandelt werden und dann in Geschwindigkeit integriert werden. Um eine Spannung in Beschleunigung umzuwandeln, wird über die Empfindlichkeit des Beschleunigungssensor gerechnet. Laut dem Datenblatt des Beschleunigungssensor (Anhang A.1) beträgt die Empfindlichkeit $0.3 \frac{V}{g}$. Der Buchstabe g ist in diesem Fall die Erdbeschleunigung. Um also eine Beschleunigung zu erhalten, wird mit der Erdbeschleunigung multipliziert und durch die Empfindlichkeit dividiert. Um dann die Geschwindigkeit zu erhalten wird die Beschleunigung mit einem diskreten Integrator integriert. Die Geschwindigkeit wird dann zurückgeführt. Die Führungsgröße ist die Konstante Null. Nächster Funktionsblock ist der P-Regler. Da der Ansteuerungsbereich des Arduino begrenzt ist, wird eine Konstante dazu addiert, damit man in der Mitte dieses Bereiches ist. Das hier verwendete Arduino hat ein Ansteuerungsbereich von 0,58 bis 2,8. Damit man sich in der Mitte dieses Bereiches befindet, wird 1,69 addiert. Die erhaltene Regelgröße wird dann über einen Digital-Analog-Wandler in eine analoge Zahl umgewandelt, die den Schwingungstilger regelt.

6.4.1 Beobachtungen

Die durchgeführten Simulationen wurden an dem in Abbildung 6.9 abgebildeten Demonstrator getestet. Zur Konstruktion und Auslegung dieses Demonstrators wird auf die Arbeit *Konstruktive Auslegung und Fertigung eines Demonstrators zur aktiven Schwingungsdämpfung* [Rab15] verwiesen.

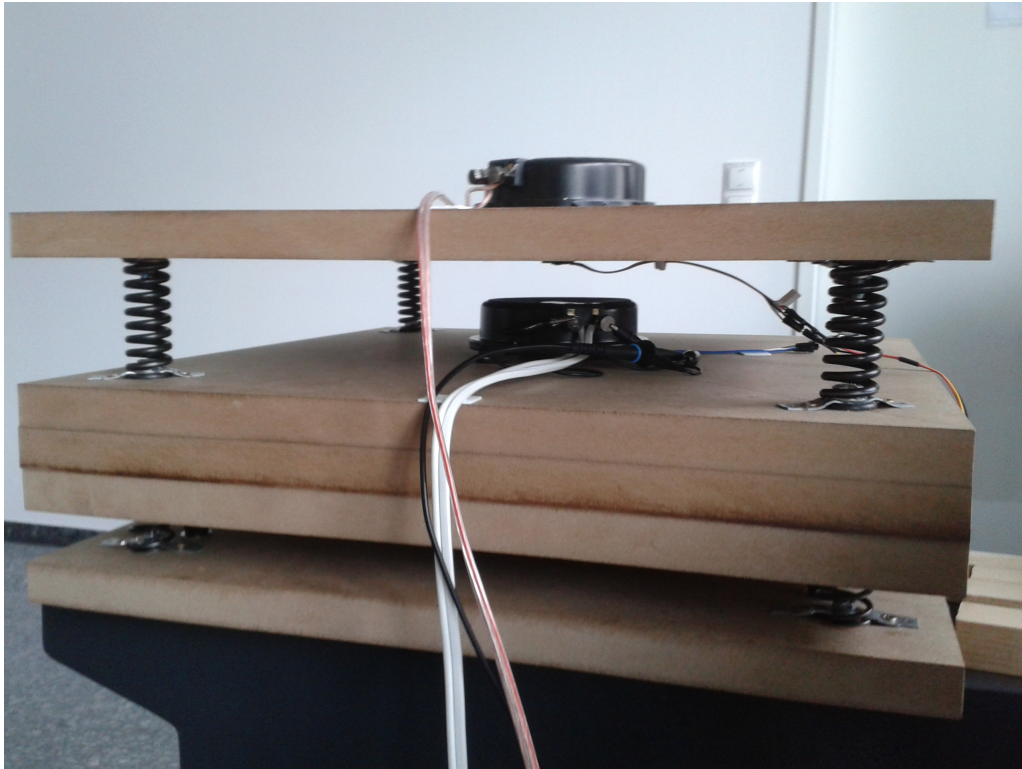


Abbildung 6.9: Aufbau des Demonstrators.

Durch den Einsatz des Reglers am Demonstrator sind folgende Beobachtungen gemacht worden: Bei der Eigenfrequenz der Referenzplatte wird das System erfolgreich gedämpft. Um den Dämpfungsfaktor zu berechnen, wurde die Spannung V_{PP} ¹ am Beschleunigungssensor einmal mit und einmal ohne Regelung am Oszilloskop abgelesen. Folgende Werte wurden abgelesen:

- ohne Regelung: $V_{PP} = 780 \text{ mV}$
- mit Regelung: $V_{PP} = 420 \text{ mV}$

Die allgemeine Formel zur Berechnung des Dämpfungsfaktor in dB lautet [HBG14] :

$$d_{\text{dB}} = 20 \cdot \log \left(\frac{V_a}{V_e} \right). \quad (6.13)$$

Mit Einsetzen der oben abgelesenen Werte erhält man folgenden Dämpfungsfaktor:

$$d_{\text{dB}} = 20 \cdot \log \left(\frac{420 \text{ mV}}{780 \text{ mV}} \right) = -5,377 \text{ dB}. \quad (6.14)$$

¹ V_{PP} = Peak-to-peak voltage

Die Formel zum Umrechnen des Dämpfungsfaktor in dB d_{dB} in Dämpfung d ist:

$$d = 10^{\frac{d_{\text{dB}}}{20}}. \quad (6.15)$$

Durch Einsetzen von 6.14 erhält man:

$$d = 10^{\frac{-5,377\text{dB}}{20}} = 0,538. \quad (6.16)$$

Also wird um fast die Hälfte der Amplitude gedämpft.

Bei einer Änderung der Frequenz ist folgendes Problem aufgetreten. Da die Eigenfrequenz der Basspumpe bei 44,56 Hz liegt (siehe Kapitel 4.1.4), kommt es beim Durchlaufen dieser Frequenz zu einer Amplitudenerhöhung anstatt einer Dämpfung. Um dieses Problem zu lösen, werden Filter eingesetzt, die im nächsten Kapitel erläutert werden.

7 Verbesserung durch Filtern

Beim Entwurf digitaler Filter unterscheidet man im Allgemeinen zwischen FIR- und IIR-Filtern. Unter FIR-Filtern (*finite-duration-impulse-response*) versteht man digitale Filter mit endlich langer Impulsantwort. FIR-Filter weisen keine Signallückführung auf. Unter IIR-Filtern (*infinite-duration-impulse-reaction*) versteht man einen Filter, der eine im Prinzip unendlich lange Impulsantwort hat. Charakterisierend für diesen Typ ist die Rückkopplung des Ausgangssignals, d.h. die Ausgangswerte haben einen Einfluss auf die folgenden Ausgangswerte [Wer12] [HBG14].

7.1 Hochpass

Ein Hochpass, wie der Name schon sagt, lässt Frequenzen über ihrer Grenzfrequenz ungehindert passieren, während sie unter ihrer Grenzfrequenz dämpft. Des Weiteren lässt ein Hochpass schnelle Signaländerungen ungehindert durch, entfernt jedoch den Gleichanteil [HKW⁺08].

7.2 Bandpass

Ein Bandpass ist eine Reihenschaltung aus einem Tiefpass und einem Hochpass. Man erhält eine obere Grenzfrequenz (Hochpass) und eine niedrigere Grenzfrequenz (Tiefpass). Dadurch wird es möglich, zwischen diesen Grenzfrequenzen ein Frequenzband zu übertragen [HBG14].

7.3 Filterentwurf am realen System

Der Filterentwurf am realen System wurde mit der MATLAB Toolbox *System Design & Filter* durchgeführt. Die eingestellten Werte im *System Design & Filter* sind in Abbildung 7.1 abgebildet.

7.3. FILTERENTWURF AM REALEN SYSTEM

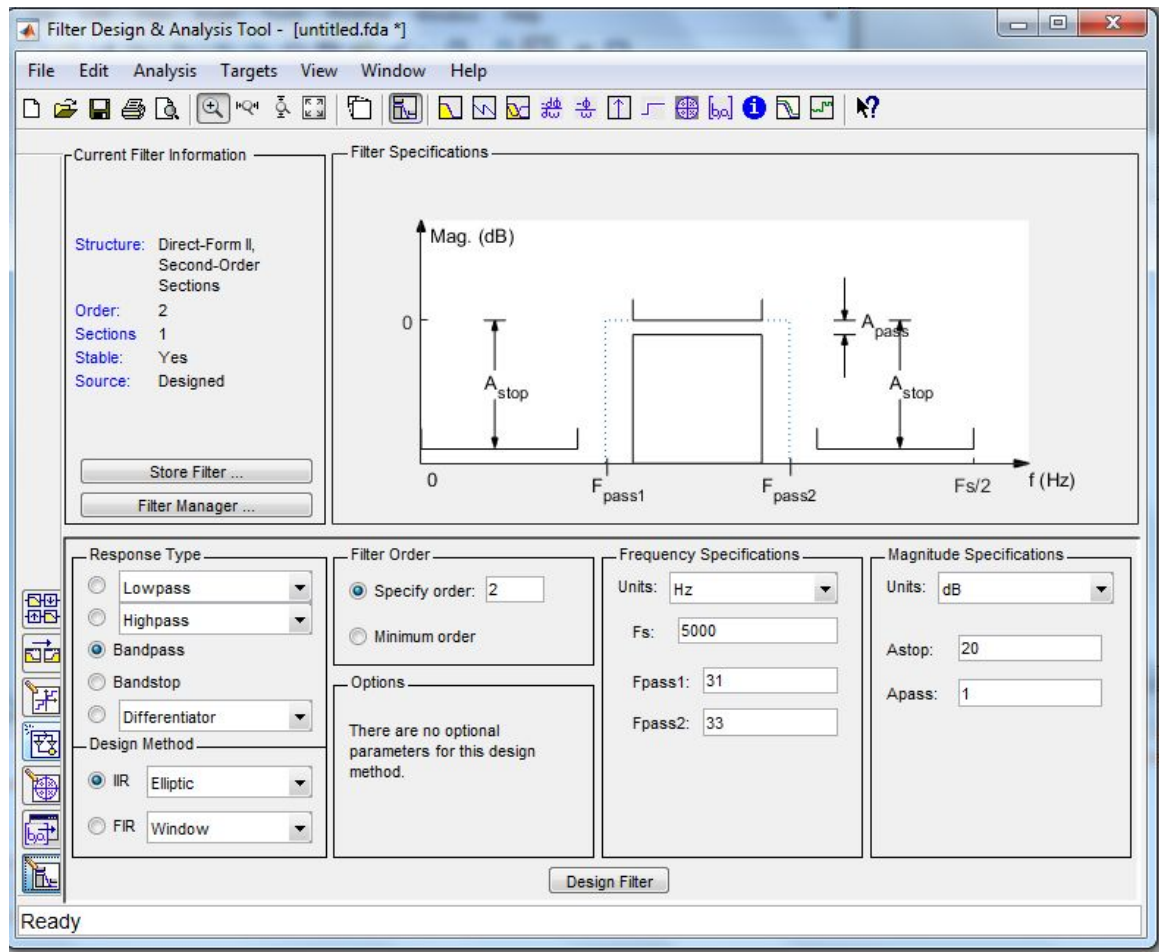


Abbildung 7.1: Filter & Design-Einstellungen des Bandpasses.

Um die Wirkung der Filter zu erkennen, wurde eine FFT-Analyse mit Vergleich mit und ohne Filter gemacht. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.2 abgebildet. Man sieht, dass nur mit dem Regler es bei der Eigenfrequenz der Basspump zu einem Aufschwingen der Amplitude kommt. Durch den Filter kann dieses Problem behoben werden. Der Bandpass dämpft diese Resonanzfrequenz.

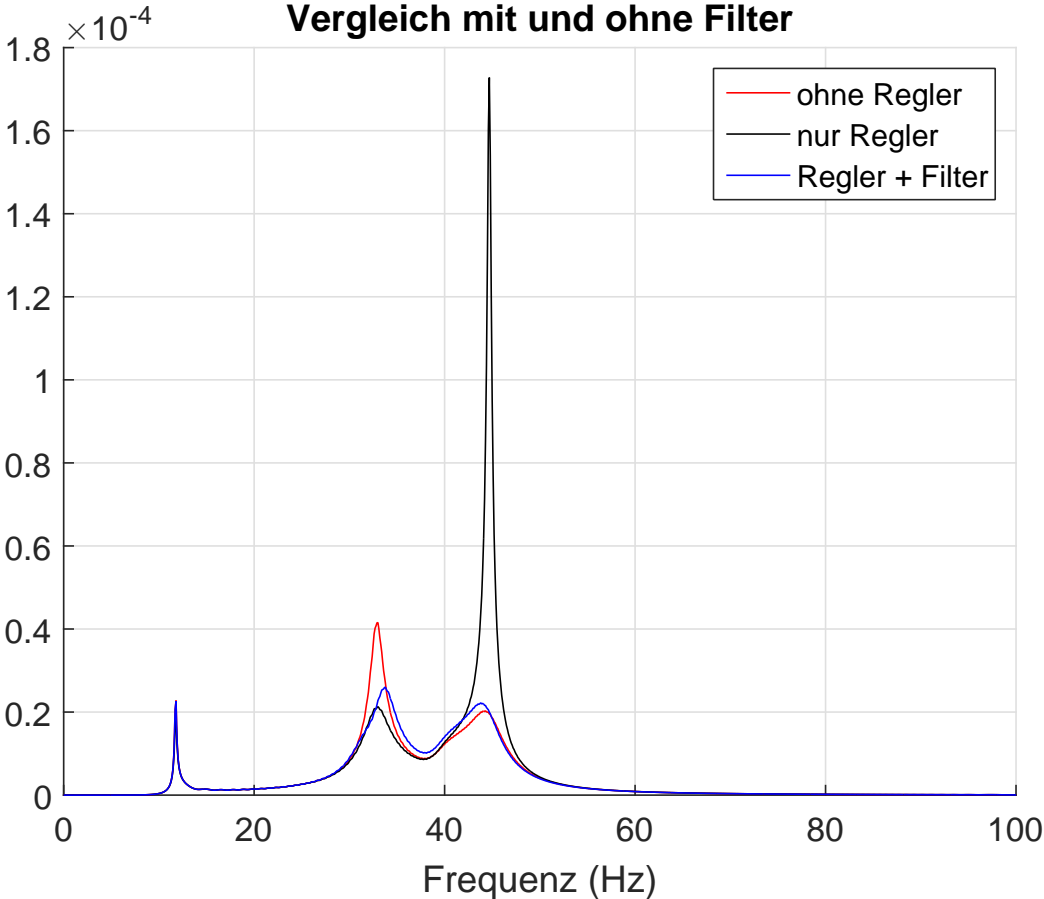


Abbildung 7.2: FFT-Analyse mit und ohne Filter.

8 Ergebnisse und Ausblick

Nach dem Testen der Regelung am Demonstrator wurde festgestellt, dass die Zielsetzung dieses Problems erreicht wurde. Die Referenzplatte, die auf einem schwingenden Boden federnd gelagert war, konnte durch die Regelung erfolgreich gedämpft werden. Zwar konnten die einwirkenden Schwingungen nicht komplett beseitigt werden, jedoch konnte man deutlich den Unterschied zwischen geregelter und unregelter System feststellen.

Eine Verbesserung der Regelung könnte durch eine adaptive Regelung erreicht werden. Adaptive Regler passen ihre Parameter an das System an. Somit kann die Frequenz, die auf der Referenzplatte gerade wirkt, als die zu tilgende Frequenz eingestellt werden.

Diese Arbeit hat interessante Einblicke in die Modellbildung, in die Parameter-Identifikation und in die Regelung eines mechatronischen Systems gegeben. Da das System auch praktisch entworfen worden ist, ist die Problematik des Systems deutlicher geworden. Durch den Einsatz von einfachen Bauelemente konnte genau die Wirkungsweise jedes Elements untersucht und verstanden werden.

Literaturverzeichnis

- [arda] ARDUINO.CC (Hrsg.): *Arduino Due*. <https://www.arduino.cc/en/Main/arduinoBoardDue>, Abruf: 15. Juli. 2015
- [ardb] ARDUINO.CC: *The Arduino Playground*. <http://playground.arduino.cc/>, Abruf: 15. Juli. 2015
- [Bö09] BÖGE, Alfred ; VERLAG, Vieweg T. (Hrsg.): *Technische Mechanik*. 2009
- [Bod06] BODE, Helmut ; VERLAG, Teubner (Hrsg.): *MATLAB-Simulink Analyse und Simulation dynamischer Systeme*. 2006
- [Bra05] BRAUN, Anton ; LEIPZIG, Fachbuchverlag (Hrsg.): *Grundlagen der Regelungstechnik*. 2005
- [Czi08] CZICHOS, Horst ; VERLAG, Vieweg T. (Hrsg.): *Mechatronik-Grundlagen und Anwendungen technischer Systeme*. 2008
- [Dai] DAIMLER, AG (Hrsg.): *Active Body Control ABC*. http://m.mercedes-benz.at/de_AT/abc/detail.html, Abruf: 09. August. 2015
- [Fel10] FELDMANN, Joachim: Körperschall-Messtechnik. In: VERLAG, Springer (Hrsg.): *Messtechnik der Akustik*. Michael Möser, 2010, Kapitel 7
- [Ger15a] GERSTMAYR, Johannes: *Maschinendynamik*. Vorlesungsskript, 2014/15
- [Ger15b] GERSTMAYR, Johannes: *Mechatronische Systeme*. Vorlesungsskript, 2014/15
- [GF11] GROTE, Karl-Heinrich ; FELDHUSEN, Jörg ; VERLAG, Springer (Hrsg.): *Doppel-Taschenbuch für den Maschinenbau*. 2011
- [GK] GMBH, GERB S. (Hrsg.) ; KG, Co. (Hrsg.): *Projektbeispiel Schwingungstilger*. <http://http://www.gerb.com/>, Abruf: 23. Juli. 2015
- [GKL12] GASCH, Robert ; KNOTHE, Klaus ; LIEBICH, Robert ; VERLAG, Springer V. (Hrsg.): *Strukturdynamik*. 2012
- [Glo14] GLOECKLER, Michael ; VERLAG, Springer V. (Hrsg.): *Simulation mechatronischer Systeme*. 2014
- [HBG14] HERING, Ekbert ; BRESSLER, Klaus ; GUTEKUNST, Jürgen ; VERLAG, Springer (Hrsg.): *Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 2014

- [HKW⁺08] HARTL, Harald ; KRASSER, Edwin ; WINKLER, Gunter ; PRIBLY, Wolfgang ; SÖSER, Peter ; STUDIUM, Pearson (Hrsg.): *Elektronische Schaltungstechnik*. 2008
- [Ise08] ISERMANN, Rolf ; VERLAG, Springer (Hrsg.): *Mechatronische Systeme*. 2008
- [Jan10] JANSCHKE, Klaus ; VERLAG, Springer (Hrsg.): *Systementwurf mechatronischer System*. 2010
- [JMK13] JÄGER, Helmut ; MASTEL, Roland ; KNAEBEL, Manfred ; VERLAG, Springer V. (Hrsg.): *Technische Schwingungslehre*. 2013
- [Kom] KOMPENDIUM, Elektronik: *Arduino*. <http://www.elektronik-kompodium.de/sites/com/1810231.htm>, Abruf: 15. Juli. 2015
- [Lun14a] LUNZE, Jan ; VERLAG, Springer V. (Hrsg.): *Regelungstechnik 1*. 2014
- [Lun14b] LUNZE, Jan ; VERLAG, Springer V. (Hrsg.): *Regelungstechnik 2*. 2014
- [Mey11] MEYER, Martin ; VERLAG, Vieweg T. (Hrsg.): *Signalverarbeitung*. 2011
- [ND05] NAWROTZKI, Peter ; DALMER, Frank: Der Einfluss von Schwingungstilgern auf die Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit von Bauwerken. In: *Aktuelle Themen des Erdbebeningenieurwesens und der Baudynamik* (2005)
- [Pie12] PIETRUSZKA, Wolf D. ; VERLAG, Vieweg T. (Hrsg.): *MATLAB und Simulink in der Ingenieurpraxis*. 2012
- [Pre06] PREUMONT, André ; VERLAG, Springer (Hrsg.): *Mechatronics Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*. 2006
- [Rab15] RABENSTEINER, Klaus: *Konstruktive Auslegung und Fertigung eines Demonstrators zur aktiven Schwingungsdämpfung*, Universität Innsbruck, Bachelorarbeit, 2015
- [Rod12] RODDECK, Werner ; VERLAG, Springer (Hrsg.): *Einführung in die Mechatronik*. 2012
- [Unb07] UNBEHAUEN, Heinz ; VERLAG, Vieweg (Hrsg.): *Regelungstechnik 1*. 2007
- [Vö06] VÖTH, Stefan ; VERLAG, Vieweg (Hrsg.): *Dynamik schwingungsfähiger Systeme*. 2006
- [Vm] VERTRIEBSGESELLSCHAFT M.B.H. profi h. (Hrsg.): *Basspump Prinzip*. <http://www.basspump.eu/das-prinzip/>, Abruf: 29. Juli. 2015

- [Vor10] VORLÄNDER, Michael: Digitale Signalverarbeitung in der Messtechnik. In: VERLAG, Springer (Hrsg.): *Messtechnik der Akustik*. Michael Möser, 2010, Kapitel 9
- [Wer12] WERNER, Martin ; VERLAG, Vieweg T. (Hrsg.): *Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB*. 2012
- [ZR14] ZACHER, Serge ; REUTER, Manfred ; VERLAG, Springer V. (Hrsg.): *Regelungstechnik für Ingenieure*. 2014
- [ZSN05] ZUO, Lei ; SLOTINE, Jean-Jacques E. ; NAYFEH, Samir A.: Model Reaching Adaptive Control for Vibration Isolation. In: *IEEE transactions on control systems technology* (2005)

Anhang

A.1 Technische Daten Basspump Sinuslive

Belastbarkeit (max)	80 W
Nennbelastbarkeit	50 W
Außendurchmesser	130 mm
Einbaudurchmesser	118 mm
Einbautiefe	42 mm
Impedanz	4 Ω
Frequenzbereich	20 Hz - 80 Hz

Tabelle A.1: Technische Daten Basspump.

A.2 Datenblatt des Beschleunigungssensor

ADXL335

SPECIFICATIONS

$T_A = 25^\circ\text{C}$, $V_S = 3\text{ V}$, $C_X = C_Y = C_Z = 0.1\ \mu\text{F}$, acceleration = 0 g, unless otherwise noted. All minimum and maximum specifications are guaranteed. Typical specifications are not guaranteed.

Table 1.

Parameter	Conditions	Min	Typ	Max	Unit
SENSOR INPUT					
Measurement Range	Each axis	± 3	± 3.6		g
Nonlinearity	% of full scale		± 0.3		%
Package Alignment Error			± 1		Degrees
Interaxis Alignment Error			± 0.1		Degrees
Cross-Axis Sensitivity ¹			± 1		%
SENSITIVITY (RATIOMETRIC)²					
Sensitivity at X_{OUT} , Y_{OUT} , Z_{OUT}	Each axis $V_S = 3\text{ V}$	270	300	330	mV/g
Sensitivity Change Due to Temperature ³	$V_S = 3\text{ V}$		± 0.01		%/ $^\circ\text{C}$
ZERO g BIAS LEVEL (RATIOMETRIC)					
0 g Voltage at X_{OUT} , Y_{OUT}	$V_S = 3\text{ V}$	1.35	1.5	1.65	V
0 g Voltage at Z_{OUT}	$V_S = 3\text{ V}$	1.2	1.5	1.8	V
0 g Offset vs. Temperature			± 1		mg/ $^\circ\text{C}$
NOISE PERFORMANCE					
Noise Density X_{OUT} , Y_{OUT}			150		$\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ rms
Noise Density Z_{OUT}			300		$\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ rms
FREQUENCY RESPONSE⁴					
Bandwidth X_{OUT} , Y_{OUT} ⁵	No external filter		1600		Hz
Bandwidth Z_{OUT} ⁵	No external filter		550		Hz
R_{FILT} Tolerance			$32 \pm 15\%$		k Ω
Sensor Resonant Frequency			5.5		kHz
SELF-TEST⁶					
Logic Input Low			+0.6		V
Logic Input High			+2.4		V
ST Actuation Current			+60		μA
Output Change at X_{OUT}	Self-Test 0 to Self-Test 1	-150	-325	-600	mV
Output Change at Y_{OUT}	Self-Test 0 to Self-Test 1	+150	+325	+600	mV
Output Change at Z_{OUT}	Self-Test 0 to Self-Test 1	+150	+550	+1000	mV
OUTPUT AMPLIFIER					
Output Swing Low	No load		0.1		V
Output Swing High	No load		2.8		V
POWER SUPPLY					
Operating Voltage Range		1.8		3.6	V
Supply Current	$V_S = 3\text{ V}$		350		μA
Turn-On Time ⁷	No external filter		1		ms
TEMPERATURE					
Operating Temperature Range		-40		+85	$^\circ\text{C}$

¹ Defined as coupling between any two axes.

² Sensitivity is essentially ratiometric to V_S .

³ Defined as the output change from ambient-to-maximum temperature or ambient-to-minimum temperature.

⁴ Actual frequency response controlled by user-supplied external filter capacitors (C_X , C_Y , C_Z).

⁵ Bandwidth with external capacitors = $1/(2 \times \pi \times 32\text{ k}\Omega \times C)$. For C_X , $C_Y = 0.003\ \mu\text{F}$, bandwidth = 1.6 kHz. For $C_Z = 0.01\ \mu\text{F}$, bandwidth = 500 Hz. For C_X , C_Y , $C_Z = 10\ \mu\text{F}$, bandwidth = 0.5 Hz.

⁶ Self-test response changes cubically with V_S .

⁷ Turn-on time is dependent on C_X , C_Y , C_Z and is approximately $160 \times C_X$ or C_Y or $C_Z + 1\text{ ms}$, where C_X , C_Y , C_Z are in microfarads (μF).

A.3 MATLAB Quellcode

A.3.1 Übertragungsfunktion Gesamtmodell

```

1 % Dateiname: modell.m
2 % Autor: Alex Felder
3 % Datum: 14.05.2015
4
5 % Beschreibung: Aus Systemparameter wird ein Zustandsraummodell
6 % erstellt. Daraus wird die Uebertragungsfunktion bestimmt und
7 % das Bode-Diagramm geplottet.
8
9 parameter; % Parameter aufrufen
10
11 A=[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
12     -1/m1*(k1+k2+kBP) -1/m1*(d1+d2+dBP) k2/m1 d2/m1 kBP/m1 dBP/m1 0 ...
13     0 -T/m1 0;
14     0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
15     k2/m2 d2/m2 -(k2+kT)/m2 -(d2+dT)/m2 0 0 kT/m2 dT/m2 0 -T/m2;
16     0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
17     kBP/mBP dBP/mBP 0 0 -kBP/mBP -dBP/mBP 0 0 T/mBP 0;
18     0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;
19     0 0 kT/mT dT/mT 0 0 -kT/mT -dT/mT 0 T/mT;
20     0 T/L 0 0 0 -T/L 0 0 -R/L 0;
21     0 0 0 T/L 0 0 0 -T/L 0 -R/L];
22
23 b=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/L*V 0;
24     0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/L*V]';
25
26 cT=[0 0 0 1 0 0 0 0 0 0];
27
28 d=0;
29
30 % Zustandsraummodell erstellen
31 SYS=ss(A,b,cT,d);
32
33 % Uebertragungsfunktion berechnen
34 G=tf(SYS)
35
36 % Bode-Diagramm plotten
37 bode(G)

```

A.3.2 Eigefrequenzen identifiziertes Modell

```

1 % Dateiname: ident_analyse.m
2 % Autor: Alex Felder
3 % Datum: 28.06.2015

```

A.3. MATLAB QUELLCODE

```
4
5 % Beschreibung: Analyse des identifizierten Modells. Eingangs- und
6 % Ausgangssignal werden geplottet. Eigenfrequenzen durch
7 % FFT-Analyse bestimmt.
8
9 Ta=0.001;
10
11 load('Gf')
12 load('Gstoer')
13
14 Gz=tf(Gf.num,Gf.den,Ta)
15 Gzstoer=tf(Gstoer.num,Gstoer.den,Ta)
16
17 sim('ident')
18
19 % Eingang und Ausgang plotten
20 hold on
21 plot(u_ident.time,u_ident.signals.values)
22 plot(y_ident.time,y_ident.signals.values)
23
24 % FFT-Analyse
25
26 [f,y_abs,y_phi]=makefft(y_ident.time,y_ident.signals.values);
27
28 figure
29 plot(f,y_abs)
30 axis([0,100,0,0.012])
31 xlabel('Frequenz[Hz]')
32 title('Eigenfrequenzen identifiziertes Modell')
```

A.3.3 Vergleich mathematisches-identifiziertes Modell

```
1 % Dateiname: vergleich.m
2 % Autor: Alex Felder
3 % Datum: 11.06.2015
4
5 % Beschreibung: Vergleich Uebertragungsfunktion mathematisches
6 % Modell mit identifiziertes Modell.
7
8 Ta=0.001;
9
10 load('Gf')
11 load('Gstoer')
12
13 Gz=tf(Gf.num,Gf.den,Ta)
14 Gzstoer=tf(Gstoer.num,Gstoer.den,Ta)
15
16 sim('vergleich_mathe_ident')
17
```

A.3. MATLAB QUELLCODE

```
18 plot(vgl_math_ident)
19 legend('mathematisches Modell','Identifiziertes Modell')
```

A.3.4 Identifikation Dämpfung Basspump

```
1 % Dateiname: ident_basspump.m
2 % Autor: Alex Felder
3 % Datum: 26.05.2015
4
5 % Beschreibung: Identifikation Daempfung der Basspump durch
6 % Abklingkurve.
7
8 M=load('ident_basspump.txt'); % Daten des Beschleunigungssensor
9 u=M(:,1); % Eingangsvektor: Pulsfunktion
10 y=M(:,2); % Ausgangsvektor
11 t=M(:,3); % Zeitvektor
12
13 plot(t,u)
14 hold on
15 plot(t,y-407,'r')
16 axis([2e5, 8.5e5, -120, 120])
17 title('Abklingkurve der Bass Pump')
18 legend('u','y')
```

A.3.5 Identifikation Steifigkeit Basspump

```
1 % Dateiname: ident_sweep.m
2 % Autor: Alex Felder
3 % Datum: 26.05.2015
4
5 % Beschreibung: Identifikation Eigenfrequenz Basspump durch FFT-Analyse.
6
7 M=load('ident_sweep.txt'); % Daten des Beschleunigungssensor
8 u=M(:,1); % Eingangsvektor: Sweepfunktion
9 y=M(:,2); % Ausgangsvektor
10 t=M(:,3); % Zeitvektor
11
12 t=t*1e-6;
13 t=t-t(1);
14 y=(y/1023*3.3)-1.3; % bit in Spannung umwandeln
15 u=(u/1023*3.3)-1.985; % bit in Spannung umwandeln
16
17 plot(t,u)
18 hold on
19 plot(t,y,'r')
20 axis([0,30,-0.6,0.6])
```

A.3. MATLAB QUELLCODE

```
21 legend('u','y')
22
23 [f,y_abs,y_phi]=makefft(t,y); % FFT-Analyse
24
25 figure
26 plot(f,y_abs)
27 axis([0,80,0,0.012])
28 xlabel('Frequeunz [Hz]')
29 title('Eigenfrequenz Bass Pump')
```

A.3.6 FFT-Analyse Funktion

```
1 function [f,y_abs,y_phi]=makefft(t,y)
2 %-----
3 % [f,y_abs,y_phi]=makefft(t,y)
4 %-----
5 %-- created by:      Manfred Nader / LCM GmbH
6 %-- date:           29.05.2009
7 %-- modified by:    Manfred Nader / LCM GmbH
8 %-- date:           13.04.2011
9 %-----
10 %-----
11 % Description
12 %-----
13 % Computes Magnitude and Phase of signal y using FFT.
14 %-----
15 %-----
16 % input Parameters
17 %-----
18 % t: time vector (s)
19 % y: data vector (unitY)
20 %-----
21 %-----
22 % output Parameters
23 %-----
24 % f: frequency vector (Hz)
25 % y_abs: magnitude vector (unitY)
26 % y_phi: phase vector (rad)
27 %-----
28
29
30 % sample time
31 Ts= t(2)-t(1);
32 % fft
33 Y= fft(y);
34 nrOfValues= length(y);
35 halfNrOfValues= floor(nrOfValues/2);
36 % generate frequency vector in (Hz)
37 f = 1/(nrOfValues*Ts)*(0:halfNrOfValues);
```

A.3. MATLAB QUELLCODE

```
38 % generate amplitude vector
39     y_abs= 2*abs(Y(1:halfNrOfValues+1))/nrOfValues;
40 % generate phase vector in (rad)
41     y_phi= angle(Y(1:halfNrOfValues+1));
```

Verpflichtungs- und Einverständniserklärung

Ich erkläre, dass ich meine Bachelorarbeit selbständig verfasst und alle in ihr verwendeten Unterlagen, Hilfsmittel und die zugrunde gelegte Literatur genannt habe.

Ich nehme zur Kenntnis, dass auch bei auszugsweiser Veröffentlichung meiner Bachelorarbeit die Universität, das/die Institut/e und der/die Arbeitsbereich/e sowie die Leiterin bzw. der Leiter der Lehrveranstaltung, im Rahmen derer die Bachelorarbeit abgefasst wurde, zu nennen sind.

Ich nehme zur Kenntnis, dass meine Bachelorarbeit zur internen Dokumentation und Archivierung sowie zur Abgleichung mit der Plagiatssoftware elektronisch im Dateiformat „pdf“ ohne Kennwortschutz bei der Leiterin bzw. beim Leiter der Lehrveranstaltung einzureichen ist, wobei auf die elektronisch archivierte Bachelorarbeit nur die Leiterin bzw. der Leiter der Lehrveranstaltung, im Rahmen derer die Bachelorarbeit abgefasst wurde, und das studienrechtliche Organ Zugriff haben.

Innsbruck, am 03.11.2015

.....
Alex FELDER